

**Das System $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$:
Bestimmung von Reaktionsquerschnitt
und Resonanzparametern der
quasimolekularen Resonanzen aus
Präzisionsmessungen
der elastischen Streuung**

von
Wolfgang Treu
aus Nürnberg

Das System $12C + 12C$:
Bestimmung von Reaktionsgeschwindigkeit
und Halbwertsparameitern der
quantenmechanischen Reaktionen aus
Präzisionsmessungen
der elastischen Streuung

Digitized by the Internet Archive
in 2026

**Das System $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$:
Bestimmung von Reaktionsquerschnitt
und Resonanzparametern der
quasimolekularen Resonanzen aus
Präzisionsmessungen
der elastischen Streuung**

**Den Naturwissenschaftlichen Fakultäten
der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen - Nürnberg**

zur

Erlangung des Doktorgrades

**vorgelegt von
Wolfgang Treu
aus Nürnberg**

Als Dissertation genehmigt von den Naturwissenschaft-
lichen Fakultäten der Universität Erlangen-Nürnberg



Tag der mündlichen Prüfung: 20.5.1980

Vorsitzender der

Promotionskommission:	Professor Dr. H. Wegener
Erstberichterstatter:	Professor Dr. H. Voit
Zweitberichterstatter:	Professor Dr. E. Finckh

Zusammenfassung

Es wurden im Energiebereich $5.3 \text{ MeV} \leq E_{\text{c.m.}} \leq 14.3 \text{ MeV}$ Anregungsfunktionen der elastischen Streuung $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ simultan bei 30 Winkeln ($6.4^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$) gemessen. Die Targetdicken zwischen 6 und $20 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ließen Energieschritte von $\Delta E_{\text{c.m.}} = 25 \text{ keV}$ zu.

Durch eine von Holdeman und Thaler angegebene Methode und unabhängig davon durch eine Partialwellenanalyse wurde der Reaktionsquerschnitt in diesem Energiebereich bestimmt.

Der Reaktionsquerschnitt enthält zahlreiche Resonanzstrukturen mit einer Breite $\Gamma \sim 100 \text{ keV}$. Diese Strukturen können mit den Resonanzen identifiziert werden, die in den Ausgangskanälen $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ und $^8\text{Be} + ^{16}\text{O}$ gefunden wurden.

Erstmals ist für diese Resonanzen eine exakte Bestimmung der totalen Zerfallsbreite Γ möglich. Es kann die Kohlenstoffbreite Γ_{e} abgeschätzt werden.

Die Gruppierung von Resonanzen gleichen Spins kann modellunabhängig erklärt werden.

Inhalt

Einleitung	7
1. EXPERIMENTELLER TEIL	
1.1 Der ^{12}C - Strahl	9
1.2 Detektoranordnung	10
1.3 Targets	13
1.4 Elektronik	17
1.5 Spektren	20
1.6 Normierung	29
1.7 Winkelverteilungen	37
2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN	
2.1 Bezeichnungen	43
2.2 Das Optische Theorem	46
2.3 Streuquerschnitte identischer Teilchen	49
2.4 Das Optische Theorem für identische Teilchen	51
3. AUSWERTUNG UND DISKUSSION DES EXPERIMENTS	
3.1 Bestimmung des Reaktionsquerschnitts nach der Methode von Holdeman und Thaler	55
3.2 Absolute Höhe des Reaktionsquer- schnitts	61
3.3 Resonanzenergien, totale Breiten und Partialbreiten für den elastischen Kanal	64

3.4	Untersuchung der Winkelverteilungen der elastischen Streuung mit der Methode der Partialwellenanalyse	70
3.4.1	Voruntersuchungen	71
3.4.2	Bestimmung des Reaktions- querschnitts	76
3.4.3	Bestimmung von Resonanzspins aus der Partialwellenanalyse	80
4.	EIGENSCHAFTEN DER $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - RESONANZEN	
4.1	Spinselektivität	85
4.2	Struktur der $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - Resonanzen	96
ANHANG		
A	Liste des Programms MANI	101
B	Liste des Programms HOLD	113
C	Liste des Programms PART	121
D	Numerische Werte des Reaktions- querschnitts	137
Literaturverzeichnis		145
Lebenslauf		153

Einleitung

Anregungsfunktionen der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ enthalten ausgeprägte Resonanzstrukturen, die weder als statistische Fluktuationen noch als isolierte Resonanzen des Compoundkerns ^{24}Mg erklärt werden können.

Eine Reihe von Autoren erklärt die Resonanzen mit der Existenz von Kernmolekülen. Für eine Bestätigung dieser Hypothese reichen die vorhandenen experimentellen Daten jedoch nicht aus. Insbesondere ist eine zuverlässige Bestimmung von Γ_e , der Partialbreite für den Zerfall der Resonanz in den elastischen Kanal, nötig. Diese Größe sagt aus, inwieweit die Resonanzzustände Einteilchenstruktur (Kernmolekül) haben.

Ziel dieser Arbeit war die Bestimmung des Reaktionsquerschnitts σ_R der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$. Aus ihm können die Γ_e - Werte der $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - Resonanzen abgeleitet werden. Der Reaktionsquerschnitt wurde nach einem Vorschlag von Holdeman und Thaler aus sehr genau gemessenen Winkelverteilungen der elastischen Streuung gewonnen.

1. EXPERIMENTELLER TEIL

1.1 Der ^{12}C -Strahl

Der ^{12}C -Strahl des Erlanger EN-Tandembeschleunigers wird durch eine Bogenentladung in CO-Gas bei etwa 0.2 Torr Druck in einer Duoplasmatronquelle erzeugt.

Der Molekülstrahl wird negativ umgeladen mit NH_3 -Gas.

Im Energiebereich von $E_{\text{lab}} = 8$ bis 20 MeV wurde die 3^+ -Komponente des Kohlenstoffstrahls verwendet. Typische Strahlströme waren 15 bis 300 nA.

Im Bereich von 20 bis 28.6 MeV wurde mit der 4^+ -Komponente gemessen.

Der Strahl wurde durch die üblichen elektrostatischen und magnetischen Elemente in die 60 cm -Streukammer des Sektors West der Targehalle fokussiert. Kollimierung des Strahls wurde durch drei Blenden von 3, 2 und 4 mm Durchmesser im Abstand von ca. 1000, 400 und 270 mm vom Target erreicht. Fokussierungskriterium war maximaler Strom durch die angegebene Blendengeometrie.

1.2 Detektoranordnung

Bei der Reaktion von ^{12}C mit ^{12}C sind bei einer Energie von $E_{\text{c.m.}} = 15 \text{ MeV}$ erfahrungsgemäß Drehimpulse bis maximal 16 $\hbar$ beteiligt. Um Winkelverteilungen mit diesen Drehimpulsbeiträgen einigermaßen befriedigend ausmessen zu können, benötigt man ca. 60 Meßpunkte zwischen $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 180^\circ$. (Das entsprechende Legendre-Polynom hat 16 Nullstellen.) Wegen der Symmetrie der Winkelverteilungen um den Winkel $\theta_{\text{c.m.}} = 90^\circ$ (System von identischen Spin $I = 0$ -Bosonen) genügt es jedoch, ca. 30 Punkte zwischen $0^\circ \leq \theta_{\text{c.m.}} \leq 90^\circ$ zu messen. Im Laborsystem entspricht das 30 Punkten zwischen $0^\circ \leq \theta_{\text{lab}} \leq 45^\circ$.

Um den kleinen Abstand von ca. 1.5° der Halbleiterdetektoren bei einem vorgegebenen Kammerdurchmesser von 600 mm und vorgegebenen Gehäusedurchmessern der Sperrschichtzähler von 20 mm realisieren zu können, mußten die Zähler 3° ober- bzw. unterhalb der Horizontalebene ringförmig im Abstand von 200 mm um das Target angeordnet werden. Nur ein Zähler bei $\theta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ steht wirklich in der Horizontalebene, weil an dieser Stelle das Strahlrohr einen größeren Abstand zuläßt.

Alle in diesem Experiment verwendeten Zähler hatten eine maximale Sperrschichttiefe von $100 \text{ } \mu\text{m}$. Ihre Anordnung ist Tab. 1 zu entnehmen. Die Bezeichnung der Winkel ist in Fig. 1 erklärt.

Der Zusammenhang zwischen dem Streuwinkel Θ_{lab} und den Polarkoordinaten Θ und ϕ ist:

$$(1.1) \quad \Theta_{lab} = \arccos(\sin \Theta \cos \phi)$$

Alle Detektoren sind in einem Block aus massivem Aluminium eingebaut, der einmal eine exakte Positionierung garantiert, zum anderen die einzelnen Detektoren wirksam gegen Kleinwinkelstreuung und Sekundärelektronen abschirmt.

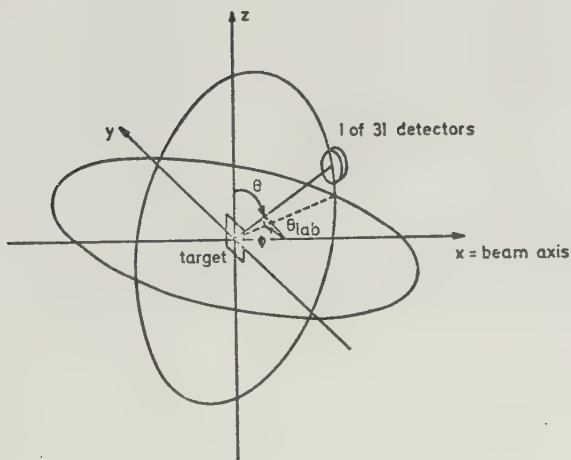


Fig. 1: Das zur Beschreibung der Detektoranordnung gewählte Koordinatensystem

Azimut ϕ	Zenitdis- tanz θ	Abstand vom Target R	Streuwinkel θ_{lab}
3.2°	90°	312 mm	3.2°
3.5°	87°	200 mm	4.609°
-5.3°	87°	200 mm	-6.088°
7.0°	93°	200 mm	7.613°
-8.75°	93°	200 mm	-9.246°
10.5°	87°	200 mm	10.916°
-12.0°	87°	200 mm	-12.364°
13.5°	93°	200 mm	13.823°
-15.0°	93°	200 mm	-15.290°
16.5°	87°	200 mm	16.763°
-18.0°	87°	200 mm	-18.240°
19.5°	93°	200 mm	19.721°
-21.0°	93°	200 mm	-21.204°
22.5°	87°	200 mm	22.689°
-24.0°	87°	200 mm	-24.176°
25.5°	93°	200 mm	25.664°
-27.0°	93°	200 mm	-27.154°
28.5°	87°	200 mm	28.644°
-30.0°	87°	200 mm	-30.136°
31.5°	93°	200 mm	31.628°
-33.0°	93°	200 mm	-33.121°
34.5°	87°	200 mm	34.614°
-36.0°	87°	200 mm	-36.108°
37.5°	93°	200 mm	37.602°
-39.0°	93°	200 mm	-39.097°
40.5°	87°	200 mm	40.592°
-42.0°	87°	200 mm	-42.087°
43.5°	93°	200 mm	43.583°
-45.0°	93°	200 mm	-45.087°
46.5°	87°	200 mm	46.574°
-48.0°	87°	200 mm	-48.071° (α-Zähler)

Tab. 1: Anordnung der Detektoren in der Streukammer. Zähler mit negativem Azimut befinden sich in Strahlrichtung rechts, positive Winkel sind in Strahlrichtung links.

1.3 Targets

Während der Messung wurden 5 verschiedene Targets verwendet. Der häufige Targetwechsel war nötig, um den Kohlenstoffzuwachs aus dem Restgas in Grenzen zu halten.

Die Targetdicken wurden vor der Messung durch den Energieverlust von 5.486 MeV α -Teilchen aus einer ^{241}Am -Quelle bestimmt. Die Targetdicke T hängt mit dem Energieverlust ΔE_α der α -Teilchen über die Beziehung:

$$(1.2) \quad T = \Delta E_\alpha \left(\frac{dE}{\rho dx} \right)^{-1}$$

zusammen. Der Wert des differentiellen Energieverlusts $\frac{dE}{\rho dx}$ wurde durch Interpolation aus den Tabellen von Northcliffe und Shilling³⁴⁾ gewonnen. Er ist Tab. 2 zu entnehmen.

Target	Energieverlust (keV/($\mu\text{g}/\text{cm}^2$))
--------	---

^1H	2.745
^4He	0.907
^9Be	0.732
^{12}C	0.778
^{14}N	0.745
^{16}O	0.711
^{19}F	0.636
^{23}Na	0.634
^{24}Mg	0.660
^{27}Al	0.568
^{28}Si	0.638
$(\text{CH}_2)_n$	1.060

Tab. 2: Energieverlust von 5.486 MeV α -Teilchen in Materie. Werte aus Ref. 34 und 57.

Außerdem wurde die Targetdicke über die elastische Streuung gewonnen: Bei den kleinen Winkeln 4.6° , 6.1° , 7.6° und 9.2° kann man annehmen, daß es sich um reine Coulombstreuung handelt. Durch Anpassen der gemessenen Winkelverteilungen an die Coulombstreuung erhält man die Targetdicke.

Während der Messung nahm die Targetdicke durch Niederschlag von Kohlenstoff aus dem Restgas zu. Dieser Niederschlag bildet sich nur auf dem Brennfleck. Wandert der Brennfleck, z.B. beim Verstellen der Energie, etwas von der Mitte des Targets, so entstehen Sprünge in der normalerweise linear ansteigenden Kurve der Targetdicke. Fig. 2 zeigt den zeitlichen Verlauf der Targetdicken während der Messung.

Die Enddicken T_e für die Targets 4, 3, 1, 7 und 2 betrugen 15.9, 16.5, 14.5, 22.4 und 22.1 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$. Der maximale Energieverlust ΔE_{12C} des ^{12}C -Strahls im Target war damit immer kleiner als 100 keV. Das bedeutet, daß Strukturen mit $r_{c.m.} \geq 50$ keV mit Sicherheit aufgelöst sind.

Die gemessenen Targetdicken wurden nur zu einer vorläufigen Normierung der Wirkungsquerschnitte verwendet. Die endgültige Absolutnormierung geschah durch eine Anpassung der Winkelverteilungen an die Coulombstreuung bei den kleinsten Winkeln. Die Targetdicken dienten vor allem dazu, den Energieverlust ΔE_{12C} des ^{12}C - Strahls im Target zu berechnen. Man benötigt ΔE_{12C} , um aus der Projektilenergie E_{12C} die wahre Reaktionsenergie E_{lab} im Laborsystem zu bestimmen. Der Zusammenhang ist:

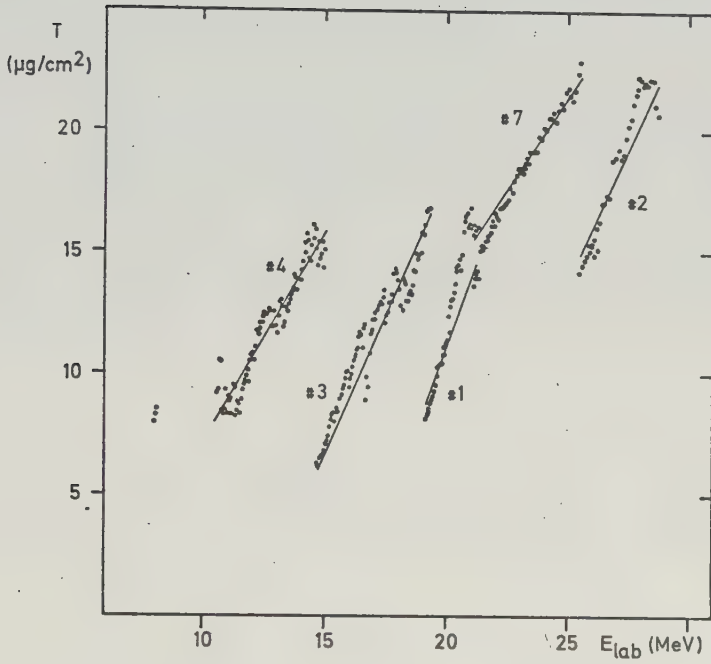


Fig. 2: Zeitlicher Verlauf der Targetdicken T

$$(1.3) \quad E_{lab} = E_{12C} - 0.5 \Delta E_{12C}$$

Für den Energieverlust erhält man:

$$(1.4) \quad \Delta E_{12C} = (T_a + \frac{dT}{dI_{el}} I_{el}) \frac{dE}{\rho dx}(E_{12C})$$

In (1.4) bedeutet T_a die Anfangsdicke des jeweiligen Targets und dT/dI_{el} den differentiellen Kohlenstoffzuwachs, bezogen auf 1 nAs des integrierten elektrischen Strahlstroms. Der differentielle Energieverlust von ^{12}C -Teilchen in einem ^{12}C -Target wird durch Interpolation aus den Tabellen von Northcliff und Shilling ³⁴⁾ gewonnen.

Der Energieshift ΔE_{12C} beträgt typisch 25 keV, der maximale Fehler ist 10 keV.

Die Daten der verwendeten Targets sind in Tab. 3 zusammengestellt.

Nr.	ΔE_α (keV)	$T_{\alpha,a}$ ($\mu g/cm^2$)	$T_{el,a}$ ($\mu g/cm^2$)	$T_{el,e}$ ($\mu g/cm^2$)	dT/dI_{el} ($\mu g/(cm^2 nAs)$)
4	8±1	10.3±1.3	8.0±1.6	15.9±3.2	0.17 10 ⁻⁴
3	8±1	10.3±1.3	6.0±1.2	16.5±3.2	0.11 10 ⁻⁴
1	9±1	11.6±1.3	8.7±1.7	14.5±3.0	0.82 10 ⁻⁵
7	13±1	11.6±1.3	15.5±3.1	22.4±4.9	0.11 10 ⁻⁴
2	12±1	15.4±1.3	14.7±2.9	22.1±4.4	0.14 10 ⁻⁴

Tab. 3: Daten der verwendeten Targets.

1.4 Elektronik

Die Technik, mit mehreren Detektoren simultan Spektren aufzunehmen, ist eine übliche Meßmethode und an vielen Stellen eingehend beschrieben.

In diesem Experiment wurden zweimal jeweils 8 Zähler über ein in unserem Institut entwickeltes Routingsystem (H.-J. Trebst) auf ADCs mit 256 Kanälen Auflösung gegeben. Diese Daten, zusammen mit der von den Routingsystemen gelieferten Adresseninformation wurden über zwei CAMAC-Parallelinputregister in einen PDP 11/40 on-line-Rechner eingezählt (Blockschaltbild siehe Fig. 3). Zum Analysieren wurde das FORCAM⁴⁵⁾-Programm EDDA⁴⁶⁾ verwendet.

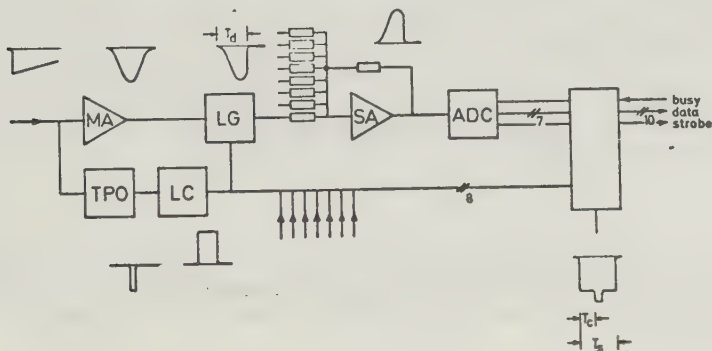


Fig. 3: Blockschaltbild des Routingsystems Trebst; es bedeutet MA: Hauptverstärker, LG: lineare Torstufe, SA: Summenverstärker, TPO: Schwellenverstärker, LC: Level-converter

Weitere 15 Zähler wurden über ein drittes Routingsystem¹⁷⁾ auf einen ADC zur Analyse in einer PDP 7 Rechenmaschine gegeben (Blockschaltbild siehe Fig. 4). Die Kanalauf-
lösung war hier ebenfalls 256 Kanäle pro Spektrum. Als
Programm wurde das eindimensionale Analysierprogramm
SMB⁴¹⁾ verwendet.

Ein Zähler (der bei $\theta_{\text{lab}} = 24.2^\circ$) wurde doppelt, d.h. sowohl in die PDP 11/40 als auch in die PDP 7 einge-
zählt, um Relativabweichungen durch Fehlbedienung fest-
zustellen.

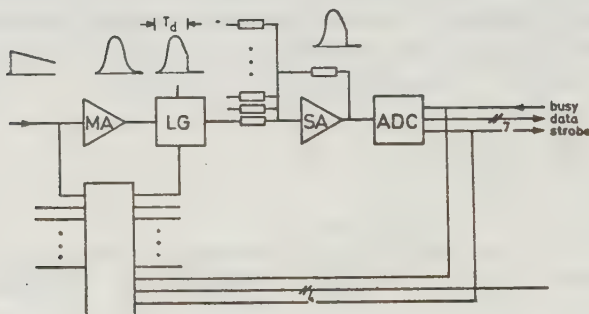


Fig. 4: Blockschaltbild des Routingsystems Heil; es be-
deutet MA: Hauptverstärker, LG: lineare Torstufe, SA:
Summenverstärker

Der Targetstrom wurde über einen Strom-Frequenzwandler
(Konversionsfaktor 1 MHz/ μ A) auf 4 Zähler gegeben. Drei
dieser Zähler waren mit dem busy-Signal des jeweiligen

ADC bzw. Routingsystems gated und erlaubten somit eine Totzeitkorrektur (siehe dazu Blockschaltbild Fig. 5). Die Abweichungen durch Totzeit waren jedoch für dieses Experiment völlig unbedeutend (typisch 1%).

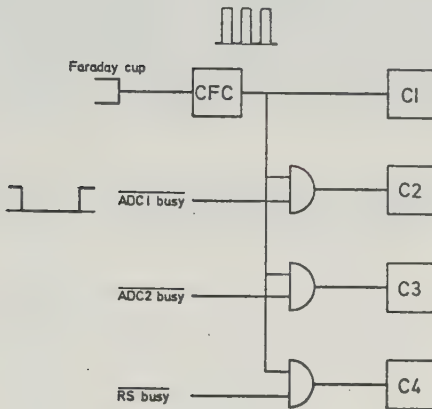


Fig. 5: Blockschaltbild der zur Totzeitkorrektur verwendeten Zählerschaltung; es bedeutet CFC: Strom-Frequenzwandler. C1 bis C4 sind 4 Zähler.

1.5 Spektren

Figuren 6 bis 13 zeigen bei $E_{\text{lab}} = 8$ und 13 MeV gemessene Spektren.

Mit zunehmendem Winkel wandern aus dem Kohlenstoff-Peak sukzessive die Peaks der Sauerstoffverunreinigung und der schweren Verunreinigungen heraus. Diese Verunreinigungen konnten ab einem Winkel von $\vartheta_{\text{lab}} = 15.3^\circ$ subtrahiert werden.

Bei kleineren Winkeln liegt der Fehler durch die experimentell nicht mögliche Trennung bei kleiner als 1 %.

Die Strahlenbelastung der Detektoren unter Vorwärtswinkeln ist ungeheuer (z.B. bei $\vartheta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ 10^8 Teilchen $\text{sec}^{-1}\text{cm}^{-2}$; erfahrungsgemäß ist ein Halbleiterzähler bei einer Dosis von 10^{11} Teilchen cm^{-2} merklich geschädigt, bei 10^{13} Teilchen cm^{-2} total zerstört). Deshalb verschlechtern sich die Spektren der Vorwärtswinkel notwendigerweise während der Messung. Der Zähler bei $\vartheta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ mußte sogar wegen völliger Zerstörung nach zwei Dritteln der Meßdauer ausgetauscht werden. Grundsätzlich ist die Qualität der Spektren unter diesen Vorwärtswinkeln relativ belanglos, da nur Intensitäten und nicht Energien gemessen werden. Wegen der Verbreiterung der Spektren durch übergroße Strahlenbelastung muß man die Integrationsgrenzen jedoch mit zunehmender Meßdauer weiter wählen; dadurch berücksichtigt man jedoch mehr und mehr vom Untergrund, der hier durch Kleinwinkelstreuung verursacht ist. Der Untergrund bei 4.6° betrug maximal 20% der Zählrate, der bei 6.1° maximal 10%. Er wurde abgezogen. Bei 3.2° war der Untergrundbeitrag schließlich so groß, daß dieser Winkel bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt wurde.

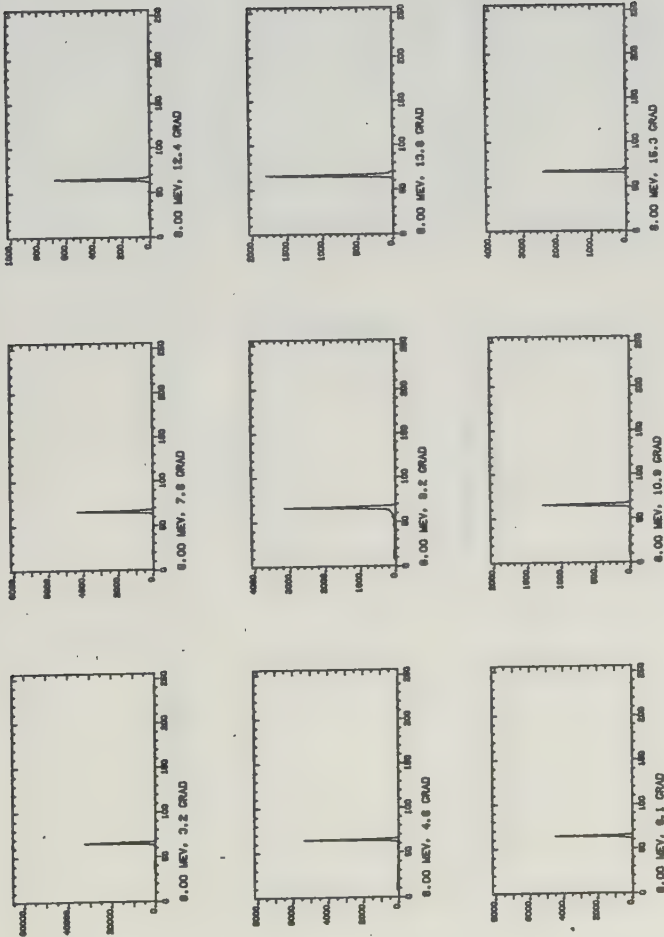


Fig. 6: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 8 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ bis 15.3°

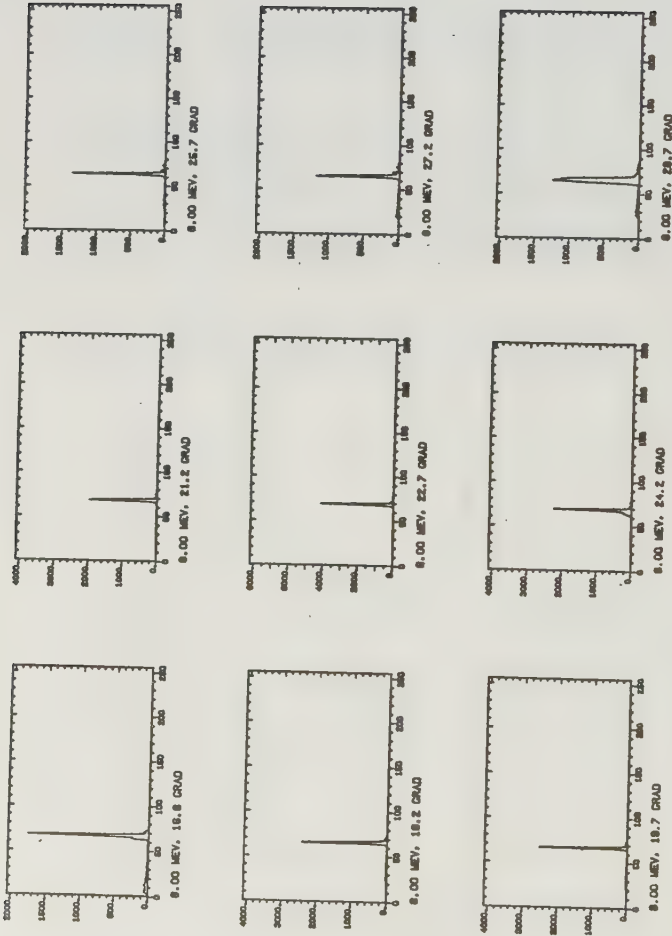


Fig. 7: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 8 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 16.8^\circ$ bis 28.7°

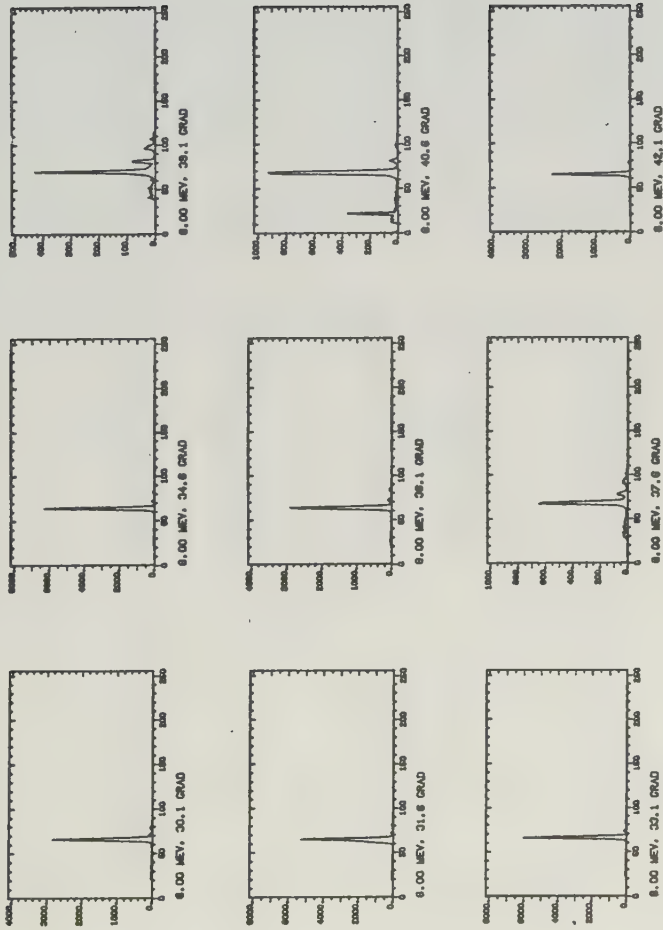


Fig. 8: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 8 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 30.1^\circ$ bis 42.1°

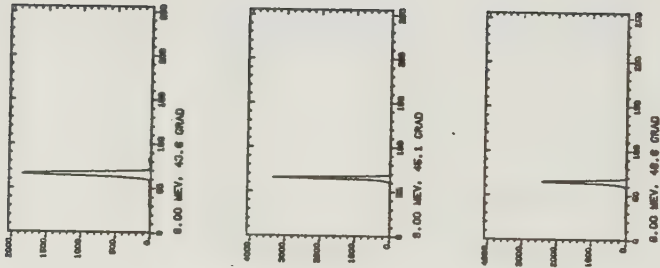


Fig. 9: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 8 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 43.6^\circ$ bis 46.6°

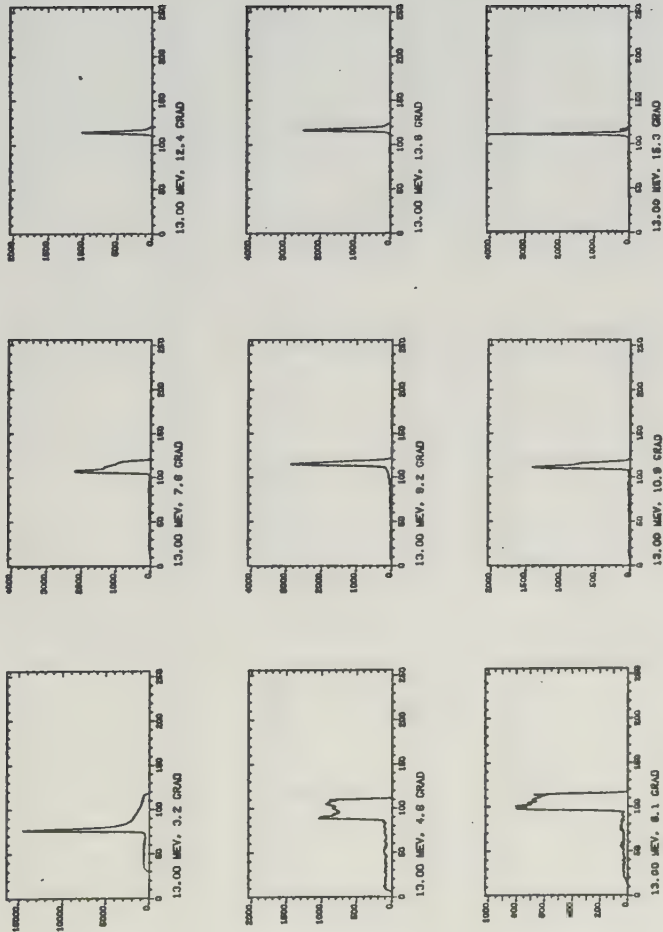


Fig. 10: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 13 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ bis 15.3° ; bei den Vorwärtswinkeln erkennt man eine Strahlungsschädigung der Detektoren.

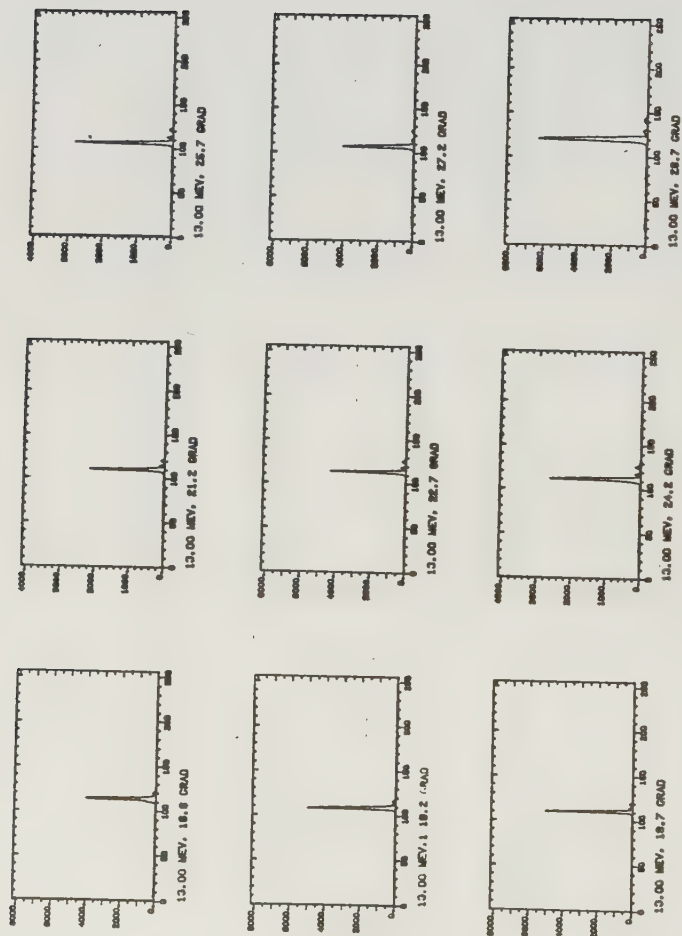


Fig. 11: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 13 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 16.8^\circ$ bis 28.7°

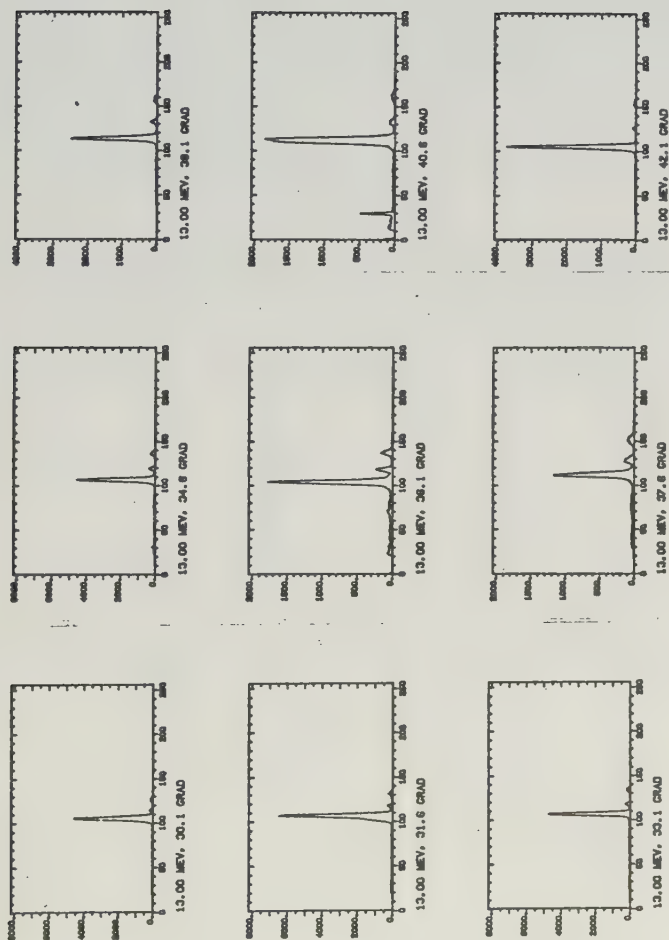


Fig. 12: Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 13 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 30.1^\circ$ bis 42.1°

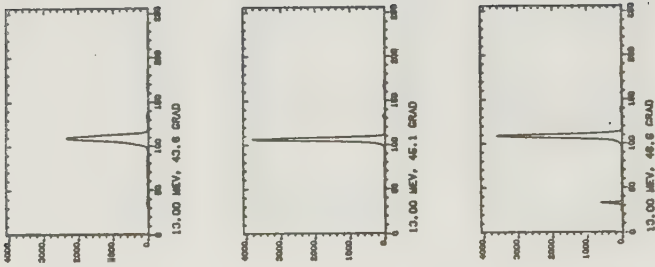


Fig. 13 Spektren der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $E_{\text{lab}} = 13 \text{ MeV}$, $\theta_{\text{lab}} = 43.6^\circ$ bis 46.6°

1.6 Normierung

Die Zählraten N wurden mit der Beziehung:

$$(1.5) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega}_{\text{lab}} = \frac{N}{I \cdot A \cdot \Delta\Omega_{\text{lab}}}$$

normiert. In Formel (1.5) bedeutet I die Anzahl der pro Meßlauf auf das Target getroffenen ^{12}C -Teilchen. Man gewinnt sie aus dem integrierten elektrischen Strahlstrom I_{el} durch:

$$(1.6) \quad I = \frac{I_{\text{el}}}{Q \cdot e_0 \cdot f}$$

Dabei ist Q die Ladungskomponente des Strahls, e_0 die Elementarladung und f ein empirischer Faktor, der die Umladung des Projektils im Target berücksichtigt (Nachstrip-Faktor). Man kann ihn aus Fig. 14 entnehmen.

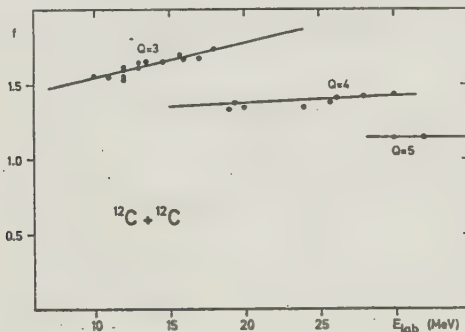


Fig. 14: Nachstrip-Faktor f für einen ^{12}C -Strahl in Abhängigkeit von der Energie E_{lab} . Q ist die Ladungskomponente.

Die Flächendichte der Streuzentren A in Formel (1.5) erhält man aus der Targetdicke T durch:

$$(1.7) \quad A = \frac{T \cdot N_A}{M}$$

Dabei ist N_A die Avogadro-Konstante, und M das Molekulargewicht des Targetmaterials.

Den Raumwinkel $\Delta\Omega_{lab}$ in der Formel (1.5) gewinnt man schließlich aus dem Blendendurchmesser d und dem Blendenabstand R vom Target durch:

$$(1.8) \quad \Delta\Omega_{lab} = \frac{\pi d^2}{4R^2}$$

Die oben angegebenen Beziehungen kann man zu folgender Zahlenwertgleichung zusammenfassen:

$$(1.9) \quad \frac{d\sigma}{d\Omega}_{lab} = 0.2657 \frac{N}{I_{el}} \frac{Q \cdot f \cdot M}{\Delta\Omega_{lab} \cdot T}$$

Man erhält den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega_{lab}$ in mb/sr, wenn man das Molekulargewicht M des Targetmaterials in g/mol den integrierten Strom I_{el} in nAsec den Raumwinkel $\Delta\Omega_{lab}$ in sr und die Targetdicke T in $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ einsetzt.

Die Blenden mit einem Durchmesser $d < 1$ mm wurden unter dem Mikroskop vermessen. Wegen der schlecht gebohrten Blenden sind diese Durchmesser dennoch mit einem recht

großen Fehler behaftet. Die Blendendurchmesser d sind Tabelle 4 zu entnehmen.

θ_{lab} (Grad)	d †) (mm)	θ_{lab} (Grad)	d (mm)
3.2	0.18 ± 0.1	25.7	1.5
4.6	0.09 ± 0.1	27.2	2
6.1	0.12 ± 0.1	28.7	3
7.6	0.22 ± 0.1	30.1	4
9.3	0.28 ± 0.2	31.6	4
10.9	0.28 ± 0.1	33.1	4
12.4	0.29 ± 0.1	34.6	5
13.8	0.56 ± 0.6	36.1	5
15.3	0.64 ± 0.1	37.6	5
16.8	0.76 ± 0.1	39.1	5
18.2	1	40.6	5
19.7	1	42.1	4
21.2	1	43.6	4
22.7	1.2	45.1	4
24.2	1.5	46.6	4

Tab. 4: Blendendurchmesser d

Als Targetdicken wurden die in Tabelle 3 angegebenen Dicken T_{el} mit dem jeweiligen Dickenzuwachs verwendet.

†)

Blenden mit $d < 0.2$ mm können mit mechanischen Bohrern nicht gebohrt werden. Die Blenden für die Vorwärtswinkel wurden freundlicherweise von Herrn C. Schultheiß vom Physikalischen Institut mit einem Elektronenstrahl in Cu-Blech gebohrt. Durch anschließendes Läppen wurden die kegelförmigen Löcher auf den gewünschten Durchmesser gebracht.

Die nach Gleichung (1.9) mit dem Programm NORM ¹⁰⁾ gewonnenen Rohdaten mußten auf verschiedene Fehler korrigiert werden.

a) Raumwinkelkorrektur

Die Raumwinkel sind besonders unter den Vorwärtswinkeln nur sehr ungenau bekannt: Falls eine der sehr kleinen Blenden etwas verkippt eingebaut ist, ändert sich wegen des ungünstigen Durchmesser-Dicke-Verhältnisses der Raumwinkel drastisch. Auch ein Ausmessen der Raumwinkel durch Streuung an einem schweren Target (reine Coulombstreuung, z.B. an Gold) kann hier keine Abhilfe schaffen; durch eine kleine Abweichung des Brennflecks von der Targetmitte, die die tatsächlichen Streuwinkel beeinflusst, können Fehler von 20% zustande kommen.

Aus diesem Grund wurden alle Raumwinkel aus der elastischen Streuung an einem Kohlenstofftarget bei $E_{\text{lab}} = 8 \text{ MeV}$ berechnet (die Streuung ist bei dieser Energie reine Coulombstreuung), und die entsprechenden Blenden auf diese Werte korrigiert. Eine Abweichung des Strahlflecks von der Targetmitte kann wie unter c) berücksichtigt werden. Die Korrekturfaktoren, wie sie in Tabelle 5 zusammengestellt sind, wurden durch eine Mittelung der Meßpunkte bei $E_{\text{lab}} = 8.00, 8.05 \text{ und } 8.10 \text{ MeV}$ gewonnen.

Die Tatsache, daß der Mittelwert der Korrekturfaktoren (0.85) nicht gleich eins ist, deutet darauf hin, daß die mit dem α -Teilchenpräparat gemessenen Targetdicken T_{α} absolut etwas genauer sind als die durch elastische Streuung ermittelten.

θ_{lab} (Grad)	Korrektur- faktor	θ_{lab} (Grad)	Korrektur- faktor
3.2	1.162	25.7	0.848
4.6	1.207	27.2	0.793
6.1	0.814	28.6	0.799
7.6	0.965	30.1	1.568
9.2	0.827	31.6	0.839
10.9	1.026	33.1	0.852
12.4	1.292	34.6	0.884
13.8	1.202	36.1	0.783
15.3	0.835	37.6	0.822
16.8	0.853	39.1	0.613
18.2	0.812	40.6	0.893
19.7	0.940	42.1	0.863
21.2	0.882	43.6	0.830
22.7	0.730	45.1	0.909
24.2	0.801	46.6	0.826

Tab. 5: Blendenkorrektur; zur Korrektur werden die oben angegebenen Faktoren an die entsprechenden Wirkungsquerschnitte multipliziert. Sie wurden unter der Annahme berechnet, daß die $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ -Streuung bei 8 MeV reine Mottstreuung ist.

b) Targetdickenkorrektur

Wegen der sprunghaft veränderlichen Targetdicke, die durch kleine Verschiebungen des Strahlflecks weg von dem Bereich maximaler Kohlenstoffablagerung zustande kommt (vgl. Abschnitt 1.3), wurden alle Winkelverteilungen bei Vorwärtswinkeln an die Coulombstreuung angepaßt. Verwendet wurde ein Mittelwert der Wirkungsquerschnitte bei 4.6° , 6.1° , 7.6° und 9.2° . Bei diesen Winkeln war aus den Rohdaten zu erkennen, daß bei allen Energien die Abweichungen vom Mottquerschnitt sehr klein sind. Die Anpassungsfaktoren liegen zwischen 0.78 und 1.16.

c) Streuwinkelkorrektur

Ein Wandern des Brennflecks verändert die Streuwinkel. Das wirkt sich wegen des steilen Anstiegs des Wirkungsquerschnitts bei den Vorwärtswinkeln sehr stark aus. Eine Verschiebung des Strahls um 0.1 mm verändert z.B. den Winkel $\theta_{\text{lab}} = 3.2^\circ$ in $\theta_{\text{lab}} = 3.4^\circ$. In diesem Bereich ändert sich der Mottquerschnitt um 27%. Bei der Bestimmung der Wirkungsquerschnitte muß man daher sicher stellen, daß man mit den tatsächlichen Streuwinkeln θ_{lab} ($\theta_{\text{c.m.}}$) rechnet, und nicht mit den Winkeln, die durch die Geometrie der Zähleranordnung in der Streukammer vorgegeben sind. (Diese sollen in Zukunft mit θ'_{lab} bezeichnet werden.) Wegen der speziellen Anordnung der Detektoren bezüglich der Strahlachse (links und rechts oberhalb und links und rechts unterhalb) ist ein Zurückrechnen auf den wahren Streuwinkel möglich unter der Annahme, daß bei den kleinsten Winkeln Coulombstreuung vorliegt.

Eine Verschiebung des Strahlflecks um eine Strecke $\vec{v}$ auf dem Target macht sich durch einen großen Wert der Quadratsumme

$$(1.10) \quad \chi^2 = \sum_i \left(\frac{d\sigma_{\text{exp}}}{d\Omega_{\text{c.m.}}}(\theta'_{\text{c.m.},i}) - \frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega_{\text{c.m.}}}(\theta_{\text{c.m.},i}) \right)^2$$

bemerkbar, wobei der Zusammenhang zwischen den Streuwinkeln $\theta_{\text{c.m.},i}$ und der Verschiebung $\vec{v}$ angegeben werden kann. Durch ein Optimierungsverfahren sucht man sich nun diejenige Verschiebung, für die χ^2 ein Minimum annimmt. ⁵⁸⁾ Die dazu gehörigen Winkel sind die tatsächlichen Streuwinkel.

Nicht berücksichtigt werden bei diesem Verfahren Änderungen der Raumwinkelverhältnisse $d\Omega_{\text{lab}}/d\Omega_{\text{c.m.}}$:

$$(1.11) \quad \frac{d\Omega_{\text{lab}}}{d\Omega_{\text{c.m.}}} = \frac{\sin^2 \theta_{\text{lab}}}{\sin^2 \theta_{\text{c.m.}}} \cos(\theta_{\text{c.m.}} - \theta_{\text{lab}}) \quad \dagger)$$

Bei den immer kleinen Verschiebungen (ca. ± 1 mm) machen sich diese Änderungen gegenüber den großen Änderungen des Coulombwirkungsquerschnitts überhaupt nicht bemerkbar.

Den Zusammenhang zwischen der Verschiebung $\vec{v} = (0, v_y, v_z)$ in der Targetebene (vergleiche dazu das Koordinatensystem in Fig. 1) und den tatsächlichen Streuwinkeln gewinnt man folgendermaßen:

Mit $\vec{R} = (R, \theta, \phi)$ sei der Ort eines Detektors bezeichnet, $\vec{e}_x = (1, 0, 0)$ sei ein Einheitsvektor parallel zur Strahlachse. Der Winkel θ'_{lab} zwischen $\vec{R}$ und $\vec{e}_x$ ist:

$$(1.13) \quad \theta'_{\text{lab}} = \arccos \frac{\vec{e}_x \cdot \vec{R}}{|\vec{R}|}$$

$$= \arccos(\sin \theta \cos \phi)$$

$\dagger)$ Für den Fall identischer Teilchen nimmt diese Beziehung die einfache Form an:

$$(1.12) \quad \frac{d\Omega_{\text{lab}}}{d\Omega_{\text{c.m.}}} = \frac{1}{4 \cos \theta_{\text{lab}}} = \frac{1}{4 \cos \theta_{\text{c.m.}}/2}$$

Der tatsächliche Streuwinkel ist der Winkel zwischen $\vec{R} - \vec{v}$ und $\vec{e}_x$:

$$(1.14) \quad \theta_{lab} = \arccos \frac{\vec{e}_x \cdot (\vec{R} - \vec{v})}{|\vec{R} - \vec{v}|}$$

$$= \arccos \frac{\sin \theta \cos \phi}{\sqrt{1 + \left(\frac{v_y}{R}\right)^2 + \left(\frac{v_z}{R}\right)^2 - 2 \sin \theta \sin \phi \frac{v_y}{R} - 2 \cos \theta \frac{v_z}{R}}}$$

Für die Umrechnung von Labor- in c.m.-Winkel und umgekehrt benötigt man folgende Formeln:

$$(1.15) \quad \theta_{lab} = \arctan \frac{\sin \theta_{c.m.}}{\cos \theta_{c.m.} + A_1/A_2}$$

Falls (1.15) negative Werte liefert, setzt man:

$$\theta_{lab} := \theta_{lab} + 180^\circ$$

$$(1.16) \quad \theta_{c.m.} = \theta_{lab} + \arcsin\left(\frac{A_1}{A_2} \sin \theta_{lab}\right)$$

Dabei ist A_1 die Projektilmasse und A_2 die Targetmasse.

In diesen Formeln ist die niederenergetische kinematische Doppeldeutigkeit, die im Fall $A_1 > A_2$ auftritt, nicht berücksichtigt.

Wird gleichzeitig mit dem elastisch gestreuten Teilchen auch das Rückstoßteilchen gemessen, so gilt für dies:

$$(1.17) \quad \theta_{\text{lab}}^{\text{rec}} = \frac{1}{2} \theta_{\text{c.m.}}^{\text{rec}}$$

$$(1.18) \quad \theta_{\text{c.m.}}^{\text{rec}} = 2 \theta_{\text{lab}}^{\text{rec}}$$

Im speziellen Fall identischer Teilchen, wie er im $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ -Fall vorliegt, kann zwischen elastisch gestreutem Teilchen und Rückstoßteilchen nicht unterschieden werden. Für beide gelten die Formeln:

$$(1.19) \quad \theta_{\text{lab}} = \frac{1}{2} \theta_{\text{c.m.}}$$

$$(1.20) \quad \theta_{\text{c.m.}} = 2 \theta_{\text{lab}}$$

1.7 Winkelverteilungen

Die Figuren 15 und 16 zeigen einige der gemessenen Winkelverteilungen. Insgesamt wurden 320 Winkelverteilungen gemessen. Die Figuren 17 und 18 zeigen die gleichen Winkelverteilungen, diesmal jedoch auf den Mottstreuquerschnitt normiert. Die durchgezogenen Linien sind Rechnungen mit dem Optischen Modell (OM). Es wurde Parameter-satz 1 aus Tabelle 6 verwendet. Gerechnet wurde mit dem Programm HIOB¹¹⁾.

Nr.	V (MeV)	r_{or} (fm)	a_r (fm)	r_{oc} (fm)	W (MeV)	r_{oi} (fm)	a_i (fm)
1 ³⁵)	100	1.19	0.48	1.4	15	1.26	0.26
2 ⁴⁸)	6	1.35	0.45	1.35	0.4+0.125E	1.35	0.45
3 ¹⁶)	7.5+0.4E	1.35	0.45	1.35	0.4+0.125E	1.35	0.45
4 ³⁹)	14	1.34	0.49	1.34	0.4+0.14E	1.34	0.49
5 ³²)	23	1.31	0.5	1.4	0.2E	1.31	0.5

Tab. 6: OM - Parameter für die elastische Streuung
 $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$, die im Rahmen dieser Arbeit verwendet
wurden

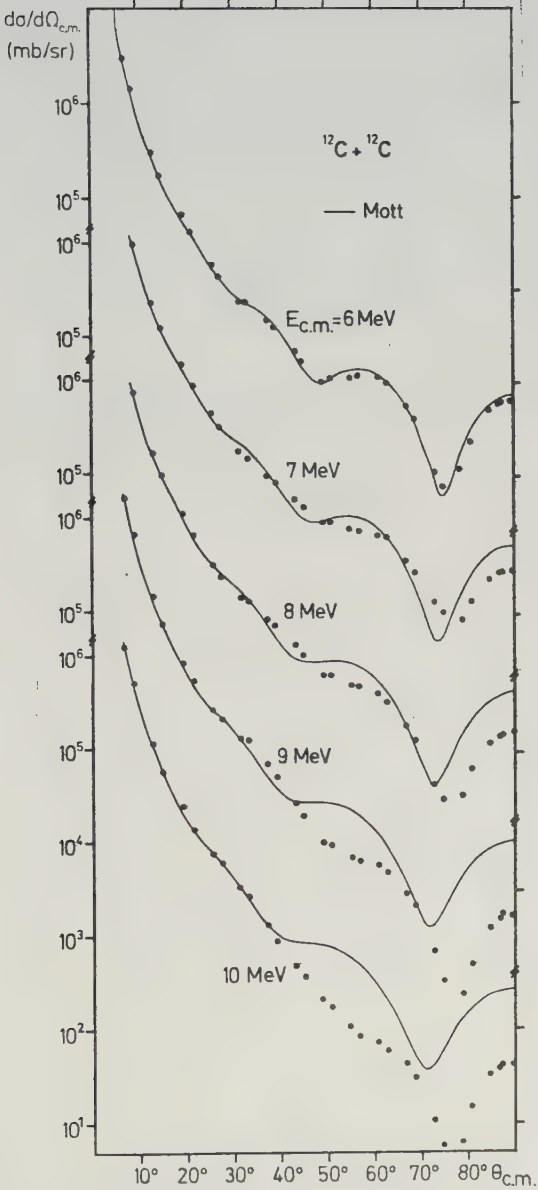


Fig. 15: Winkelverteilungen der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$; die durchgezogene Linie ist der Coulombstreuquerschnitt.

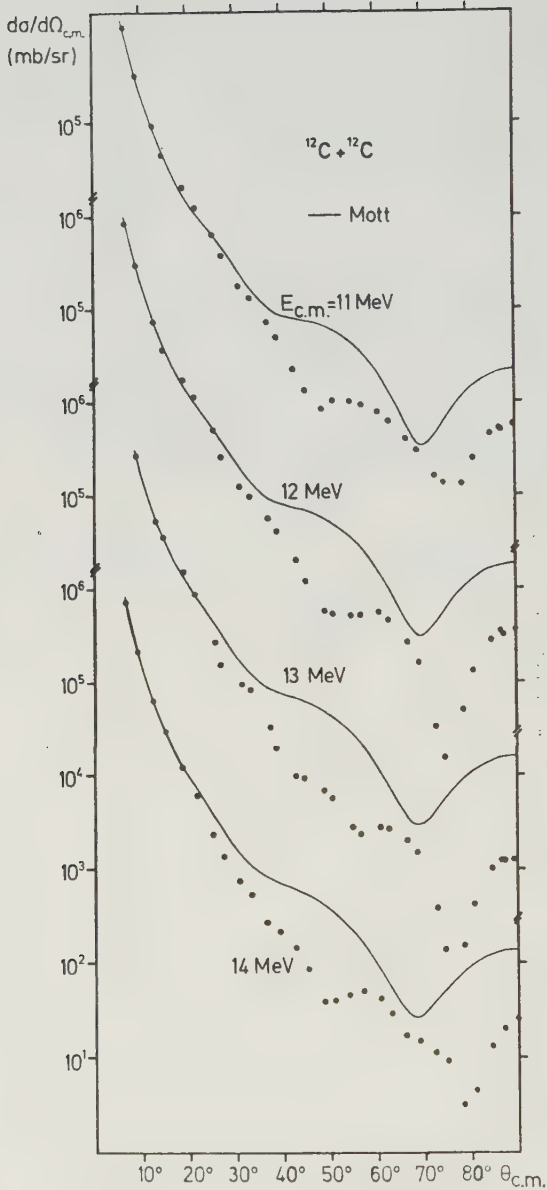


Fig. 16: Winkelverteilungen der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$; die durchgezogene Linie ist der Coulombstreuquerschnitt.

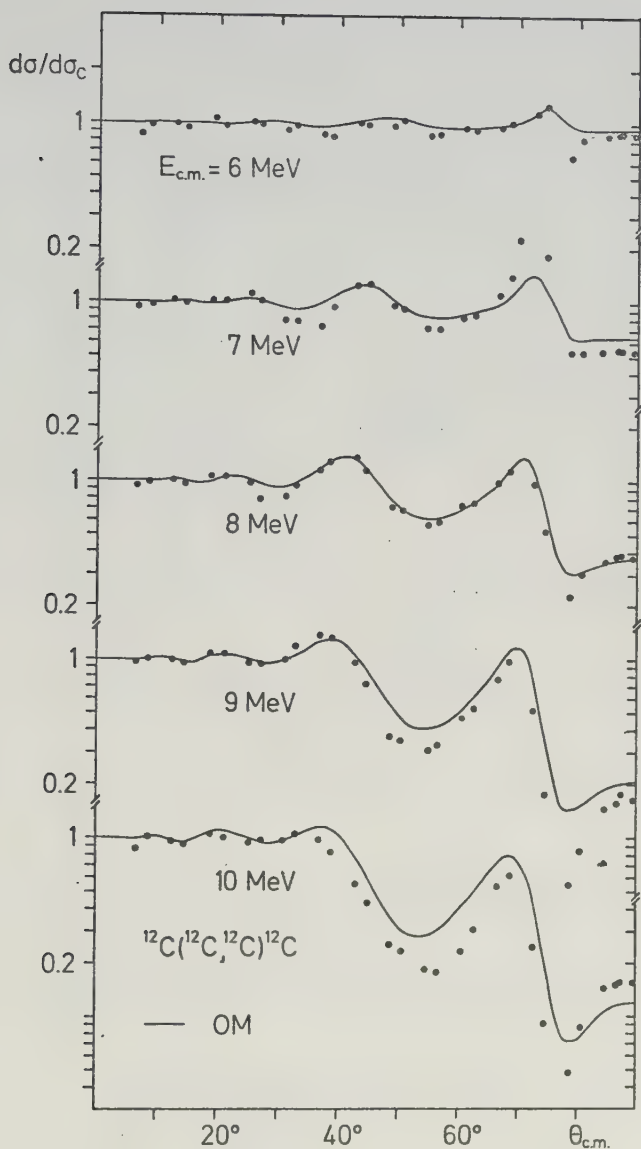


Fig. 17: Winkelverteilungen der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ normiert auf die Mottstreuung; die durchgezogenen Linien sind OM-Rechnungen mit Parametersatz 1 aus Tabelle 6

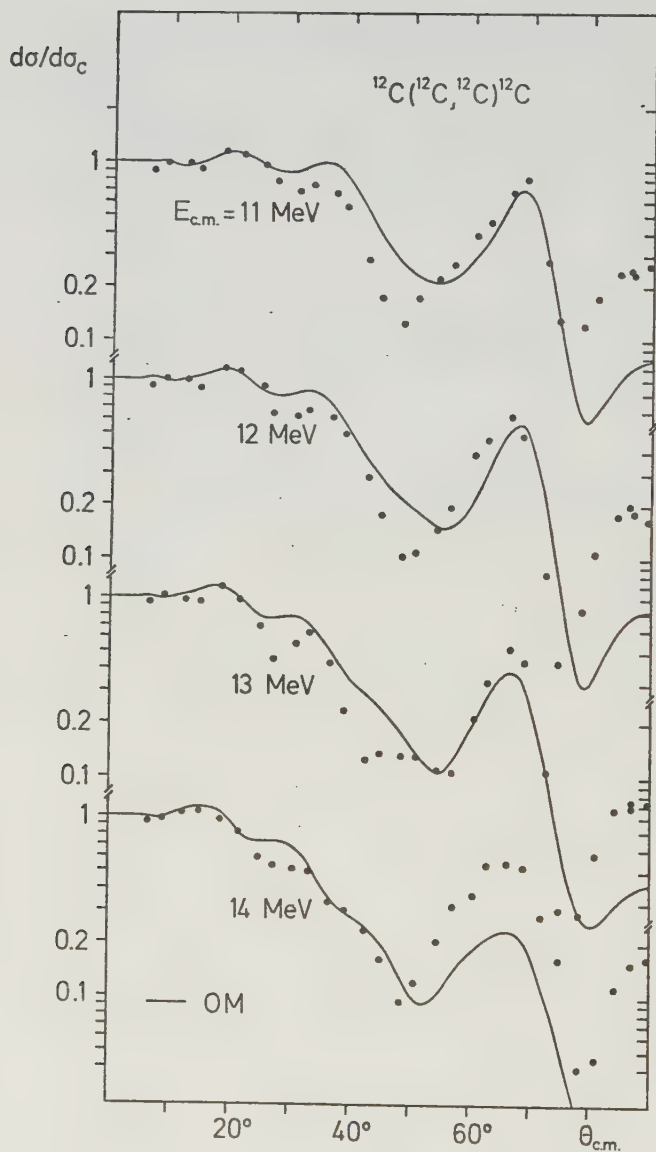


Fig. 18: Winkelverteilungen der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ normiert auf die Mottstreuung; die durchgezogenen Linien sind OM-Rechnungen mit Parametersatz 1 aus Tabelle 6.

2. THEORETISCHE GRUNDLAGEN

2.1 Bezeichnungen

Die Streuamplitude für die Streuung spinloser geladener-Teilchen lautet ^{31,40)}

$$(2.1) \quad f(\theta) = f_c(\theta) + f_n(\theta)$$

$$f_c(\theta) = - \frac{\eta}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp(-2i\eta \ln \sin \frac{\theta}{2} + 2i\sigma_0)$$

$$f_n(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) \exp(2i\sigma_{\ell}) (S_{\ell}-1) P_{\ell}(\cos \theta)$$

In (2.1) bedeutet $\eta = Z_1 Z_2 e^2 / (\hbar v)$ den Sommerfeldparameter, $k = \sqrt{2\mu E}/\hbar$ die Wellenzahl und σ_{ℓ} die Coulombstreuphasen.

Für den Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung gilt definitionsgemäß:

$$(2.2) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{r^2 |j_r^{(scatt)}|}{|j_r^{(inc)}|}$$

Dabei ist $j^{(..)}$ die quantenmechanische Stromdichte der entsprechenden Wellenfunktion $\psi^{(..)}$

$$(2.3) \quad \vec{j}^{(\dots)} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^*(\dots) \vec{\nabla} \psi(\dots) - \psi(\dots) \vec{\nabla} \psi^*(\dots))$$

und j_r ihre Komponente in Richtung des radialen Einheitsvektors $\vec{e}_r$.

Für die Wellenfunktion des Streuproblems erhält man:

$$(2.4) \quad \psi^{(\text{tot})}(\vec{r}) = \psi^{(\text{inc})}(\vec{r}) + \psi^{(\text{scatt})}(\vec{r})$$

$$\psi^{(\text{inc})}(\vec{r}) = \frac{-1}{2ikr} \sum_{\ell} (2\ell+1) i^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta) u_{\ell}^{(-)}(\eta, \rho)$$

$$\psi^{(\text{scatt})}(\vec{r}) = \frac{1}{2ikr} \sum_{\ell} (2\ell+1) i^{\ell} P_{\ell}(\cos \theta)$$

$$\times \exp(2i\sigma_{\ell}) S_{\ell} u_{\ell}^{(+)}(\eta, \rho)$$

$$\rho = kr$$

Die einfallenden (auslaufenden) Coulombwellen $u_{\ell}^{(\pm)}(\eta, \rho)$ sind Linearkombinationen der regulären und irregulären Coulombfunktionen $F_{\ell}(\eta, \rho)$ und $G_{\ell}(\eta, \rho)$ ¹⁾:

$$(2.5) \quad u_{\ell}^{(\pm)}(\eta, \rho) = \frac{1}{2} \exp(\mp i\sigma_{\ell}) (G_{\ell}(\eta, \rho) \pm iF_{\ell}(\eta, \rho))$$

Asymptotisch kann man die Reihen in (2.4) aufsummieren und erhält ²⁶⁾:

$$(2.6) \quad \psi^{(inc)}(\vec{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{\eta^2}{ik(r-z)}\right) \exp(ikz + i\eta \ln k(r-z))$$

$$\psi^{(scatt)}(\vec{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} f(\theta) \frac{1}{r} \exp(ikr - i\eta \ln 2kr)$$

Man erkennt, daß wegen der großen Reichweite der Coulombkraft selbst in größten Entfernungen noch eine merkliche Verzerrung der auslaufenden Kugelwellen festzustellen ist. Auf die Stromdichte hat das jedoch keinen Einfluß: Man rechnet äußerst mühsam nach:

$$(2.7) \quad \vec{j}^{(inc)} = \frac{\hbar k}{\mu} \vec{e}_z + \text{Glieder der Ordnung } \frac{1}{r}$$

$$\vec{j}_r^{(scatt)} = \frac{1}{r^2} \frac{\hbar k}{\mu} |f(\theta)|^2 + \text{Glieder der Ordnung } \frac{1}{r^3}$$

Damit wird:

$$(2.8) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

$$\frac{d\sigma_c}{d\Omega} = |f_c(\theta)|^2$$

Der Reaktionsquerschnitt σ_R ist definiert als:

$$(2.9) \quad \sigma_R = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{-r^2 \int d\Omega \vec{j}_r^{(tot)}}{|\vec{j}^{(inc)}|}$$

Für ihn berechnet man:

$$(2.10) \quad \sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) (1 - |S_{\ell}|^2)$$

2.2 Das Optische Theorem

Für den Fall ungeladener Teilchen kann man einen winkelintegrierten Wirkungsquerschnitt für die elastische Streuung angeben:

$$(2.11) \quad \sigma_{el} = \int d\Omega \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) |S_{\ell} - 1|^2$$

wobei sich die Streuamplitude (2.1) vereinfacht zu:

$$(2.12) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2$$

$$= \left| \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) (S_{\ell} - 1) P_{\ell}(\cos \theta) \right|^2$$

Man rechnet einfach das Optische Theorem nach:

$$(2.13) \quad \sigma_{tot} := \sigma_R + \sigma_{el} = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f(0^\circ)$$

Wegen der Divergenz des Coulombstreuquerschnitts kann man keinen winkelintegrierten elastischen Streuquerschnitt für geladene Teilchen angeben. Deshalb ist (2.13) für geladene Teilchen sinnlos. Nach Subtraktion der Coulombstreuung kann man ein Optisches Theorem für geladene Teilchen angeben ^{18,19,36)} (Holdeman-Thaler-Theorem):

$$(2.14) \quad \sigma_R + \int d\Omega \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \right) = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im} f_n(0^\circ)$$

Wegen der Singularität der Coulombamplitude muß man beim Auswerten des obenstehenden Integrals vorsichtig sein. Holdeman und Thaler geben an:

$$(2.15) \quad \sigma_R = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(f_n(0^\circ) \exp(2i\eta \ln \sin \frac{\theta_0}{2} - 2i\sigma_0)) \\ - 4\pi |f_n(0^\circ)|^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \\ - 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \right)$$

Dabei muß θ_0 ein Winkel mit $\theta_0 < \ell_{gr}^{-1}$ sein; ℓ_{gr} ist der Bahndrehimpuls des streifenden Stoßes.

Bei Schwerionenreaktionen ist der Betrag der Kernstreuamplitude bei $\theta = 0^\circ$ klein. Zur Begründung betrachtet man den Ausdruck:

$$(2.16) \quad f_n(0^\circ) = \frac{1}{2ik} \sum_{\ell} (2\ell+1) \exp(2i\sigma_\ell) (S_\ell - 1)$$

Die S-Matrixelemente sind wegen der starken Absorption betragsmäßig sehr klein für $\ell < \ell_{gr}$; die für $\ell > \ell_{gr}$ sind 1. Die oben angegebene Summe ist also eine Summe über komplexe Zahlen mit dem Betrag etwa $(2\ell+1)$ und wegen des großen η (Schwerionenreaktion) einer sprunghaft veränderlichen Phase. ^{†)}

Vernachlässigt man alle Terme mit $f_n(0^0)$ im Holdeman-Thaler-Theorem ^{36,55,56)}, erhält man:

$$(2.17) \quad \sigma_R = 2\pi \int_{\Theta_0}^{\pi} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_c}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \right)$$

^{†)} Für die Coulombstreuphase σ_ℓ gilt die Rekursion:

$$(2.18) \quad \sigma_{\ell+1} = \sigma_\ell + \arctan \frac{\eta}{\ell}$$

2.3 Streuquerschnitte identischer Teilchen

Bei der Streuung identischer Teilchen (z.B. $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$) muß man zweierlei beachten ³¹⁾:

a) Die Streuamplitude muß je nach dem Bosonen- oder Fermionencharakter der Teilchen symmetrisiert werden. Die symmetrisierte Amplitude hat die Form:

$$(2.19) \quad f^{\pm}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{2}} (f(\theta) \pm f(\pi-\theta))$$

b) Wegen der Ununterscheidbarkeit der gestreuten Teilchen und der Rückstoßteilchen sind beide Beiträge im Wirkungsquerschnitt enthalten:

$$(2.20) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}(\theta) = |f^{\pm}(\theta)|^2 + |f^{\pm}(\pi-\theta)|^2$$
$$= 2 |f^{\pm}(\theta)|^2$$

Das letzte Gleichheitszeichen folgt sofort aus der Symmetrie (2.19).

Etwas komplizierte sind die Verhältnisse bei Berücksichtigung des Spins I der beiden Teilchen.

Für Teilchen mit ganzzahligem Spin I (Bosonen) gilt, soweit die Streuamplitude nicht explizite vom Spin abhängt:

Die Gesamtwellenfunktion muß symmetrisch gegen Teilchen-austausch sein (das bedeutet in der Relativwellenfunktion den Übergang von θ in $\pi-\theta$). Nun gibt es $(I+1)(2I+1)$ symmetrische Spinzustände und $I(2I+1)$ antisymmetrische Spinzustände. Das ergibt für den Wirkungsquerschnitt der elastischen Streuung unpolarisierter Teilchen:

$$(2.21) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = 2 \left(\frac{I+1}{2I+1} |f^+(\theta)|^2 + \frac{I}{2I+1} |f^-(\theta)|^2 \right)$$

Analog gilt für Teilchen mit halbzahligem Spin (Fermionen):

$$(2.22) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = 2 \left(\frac{I}{2I+1} |f^+(\theta)|^2 + \frac{I+1}{2I+1} |f^-(\theta)|^2 \right)$$

Beide Formeln lassen sich zusammenfassen zu:

$$(2.23) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi-\theta)|^2 + \frac{(-)^{2I}}{2I+1} 2\text{Re}(f(\theta)f^*(\pi-\theta))$$

In (2.23) taucht wieder die nicht symmetrisierte Amplitude (2.1) auf.

Für den Reaktionsquerschnitt σ_R berechnet man:

$$(2.24) \quad \sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) (1 - |S_{\ell}|^2) \left(1 + \frac{(-)^{2I+\ell}}{2I+1} \right)$$

Für identische Teilchen mit dem Spin $I = 0$ reduziert sich das auf das Ergebnis:

$$(2.25) \quad \sigma_R(I=0) = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{\ell=\text{even}} (2\ell+1) (1 - |s_\ell|^2)$$

Für den winkelintegrierten Streuquerschnitt identischer, ungeladener Teilchen ergibt sich wegen (2.9) und (2.20) der Zusammenhang:

$$(2.26) \quad \sigma_{el} = \frac{1}{2} \int d\Omega \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}$$

2.4 Das Optische Theorem für identische Teilchen

Für ungeladene identische Teilchen mit dem Spin I läßt sich das Optische Theorem am einfachsten im Partialwellenformalismus ausrechnen:

$$(2.27) \quad \sigma_{tot} := \frac{1}{2} \int d\Omega \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} + \sigma_R =$$

$$= \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(f(0^\circ)) + \frac{(-)^{2I}}{2I+1} f(180^\circ)$$

Das Optische Theorem für geladene, identische Teilchen geht aus (2.14) für symmetrische und antisymmetrische Ortswellenfunktionen vor ($d\sigma^*/d\Omega = |f^*(\theta)|^2$):

$$(2.28) \quad \sigma_R^* + \frac{1}{2} \int d\Omega \left(\frac{d\sigma_{el}^*}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c^*}{d\Omega} \right) = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(f_n(0) \mp f_n(\pi))$$

Der Integrand in Gleichung (2.28) ist symmetrisch um $\frac{\pi}{2}$. Man ändert die obere Integrationsgrenze um in $\frac{\pi}{2}$ und läßt dafür den Faktor $\frac{1}{2}$ vor dem Integral weg. Aufteilen des Integrationsgebiets liefert:

$$\begin{aligned}
 (2.29) \quad \sigma_R^{\pm} + 4\pi \operatorname{Re} \int_0^{\theta_0} \sin \theta \, d\theta (f_n(\theta) \pm f_n(\pi-\theta)) f_c^*(\theta) \\
 + 2\pi \int_0^{\theta_0} \sin \theta \, d\theta |f_n(\theta) \pm f_n(\pi-\theta)|^2 \\
 + 4\pi \operatorname{Re} \int_0^{\theta_0} \sin \theta \, d\theta (f_n(\theta) \pm f_n(\pi-\theta)) f_c^*(\pi-\theta) \\
 + 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c}{d\Omega} \right) = \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(f_n(0) \pm f_n(\pi))
 \end{aligned}$$

Nun nähert man die Amplitude $f_n(\theta)$ für Winkel kleiner als θ_0 durch ihren Wert bei 0° an, und mit den gleichen Argumenten ^{18,19)} $f_n(\pi-\theta)$ durch ihren Wert bei π . Das erste Integral, das einzige, welches eine Singularität aufweist, ist bei Holdeman und Thaler angegeben. Das zweite ist einfach und für das dritte kann man eine Stammfunktion angeben:

$$(2.30) \quad \int \sin \theta \, d\theta f_c^*(\pi-\theta) = \frac{1}{ik} \exp(2i\eta \ln \cos \frac{\theta}{2} - 2i\sigma_0)$$

+ const.

Damit erhält man:

$$\begin{aligned}
 (2.31) \quad \sigma_R^{\pm} &= \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}((f_n(0) \pm f_n(\pi)) \exp(2i\eta \ln \sin \frac{\theta_0}{2} \\
 &\quad - 2i\sigma_0)) - 4\pi |f_n(0) \pm f_n(\pi)|^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \\
 &\quad \mp \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}((f_n(0) \pm f_n(\pi)) (\exp(2i\eta \ln \cos \frac{\theta_0}{2} - 2i\sigma_0) \\
 &\quad - \exp(-2i\sigma_0)) + 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_c^{\pm}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{el}^{\pm}}{d\Omega} \right)
 \end{aligned}$$

Das Optische Theorem für identische Teilchen mit dem Spin I lautet dann:

$$\begin{aligned}
 (2.32) \quad \sigma_R &= \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(F_1 \exp(2i\eta \ln \sin \frac{\theta_0}{2} - 2i\sigma_0)) \\
 &\quad - 4\pi |F_1|^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \\
 &\quad - \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}(F_2 (\exp(2i\eta \ln \cos \frac{\theta_0}{2} - 2i\sigma_0) - \exp(-2i\sigma_0)) \\
 &\quad + 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} \right)
 \end{aligned}$$

wobei:

$$F_1 = f_n(0) + \frac{(-)^{2I}}{2I+1} f_n(\pi), \quad F_2 = \frac{(-)^{2I}}{2I+1} f_n(0) + f_n(\pi)$$

Speziell für Teilchen mit dem Spin $I = 0$ ist $F_1 = F_2 = f_n(0) + f_n(\pi)$. Hier gilt:

$$\begin{aligned}
 (2.33) \quad \sigma_R(I=0) &= \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}((f_n(0)+f_n(\pi)) \exp(2i\eta \ln \sin \frac{\theta_0}{2} \\
 &\quad - 2i\sigma_0)) - 4\pi |f_n(0)+f_n(\pi)|^2 \sin^2 \frac{\theta_0}{2} \\
 &\quad - \frac{4\pi}{k} \operatorname{Im}((f_n(0)+f_n(\pi))(\exp(2i\eta \ln \cos \frac{\theta_0}{2} - 2i\sigma_0) \\
 &\quad - \exp(-2i\sigma_0))) + 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} \right)
 \end{aligned}$$

Die Schwerionennäherung (2.17) hat für identische Teilchen die Form:

$$(2.34) \quad \sigma_R = 2\pi \int_{\theta_0}^{\pi/2} \sin \theta \, d\theta \left(\frac{d\sigma_{\text{Mott}}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_{\text{el}}}{d\Omega} \right)$$

3. AUSWERTUNG UND DISKUSSION DES EXPERIMENTS

3.1 Bestimmung des Reaktionsquerschnitts nach der Methode von Holdeman und Thaler

Es bestehen verschiedene Möglichkeiten, aus den gemessenen Winkelverteilungen den Reaktionsquerschnitt zu gewinnen. In der Arbeit von Holdeman und Thaler¹⁸⁾ wird die Möglichkeit gewählt, die Streuamplitude $f_n(\theta)$ zu $\theta = 0^\circ$ hin zu extrapolieren. Diese Möglichkeit ist für Schwerionenreaktionen mit der jetzt erreichbaren Genauigkeit nicht geeignet (siehe 3.1, a).

Eine andere Möglichkeit ist, die Amplitude für 0° aus einer Partialwellenanalyse zu gewinnen, oder gleich den Reaktionsquerschnitt aus der Partialwellenanalyse zu gewinnen (siehe 3.1, b und 3.4). Auch diese Möglichkeit hat sich in der Praxis als unbrauchbar erwiesen.

Die Methode von Wojciechowski et al.^{55,56)}, den Korrekturterm des Holdeman-Thaler-Ausdrucks völlig zu vernachlässigen, erweist sich als die einzig brauchbare für diese Messung.

a) Extrapolationsverfahren

Es gilt der Zusammenhang:

$$(3.1) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega} - \frac{d\sigma_c}{d\Omega} = |f_n(\theta)|^2 + 2|f_n(\theta)||f_c(\theta)|$$

$$\times \cos(\arg f_c(\theta) - \arg f_n(\theta))$$

Für kleine Winkel von der Größenordnung $\theta \sim \theta_{gr}^{-1}$ sind $|f_n(\theta)|$ und $\arg f_n(\theta)$ langsam veränderliche Funktionen von θ , da $f_n(\theta)$ ein Polynom vom Grade θ_{gr} in $\cos \theta$ ist.

Es ist deshalb möglich $f_n(\theta)$ zu bestimmen durch eine Messung von $d\sigma_{el}/d\Omega$ an benachbarten Winkeln θ_1 und θ_2 , an denen sich $f_n(\theta)$ kaum geändert hat, wohl aber $f_c(\theta)$. Dazu muß man folgendes, nichtlineares Gleichungssystem für Betrag und Phase von $f_n := f_n(\theta_1/2 + \theta_2/2)$ lösen:

$$\begin{aligned} (3.2) \quad \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}(\theta_1) - \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\theta_1) &= |f_n|^2 + \\ &+ 2|f_n||f_c(\theta_1)| \cos(\arg f_c(\theta_1) - \arg f_n) \\ \frac{d\sigma_{el}}{d\Omega}(\theta_2) - \frac{d\sigma_c}{d\Omega}(\theta_2) &= |f_n|^2 + \\ &+ 2|f_n||f_c(\theta_2)| \cos(\arg f_c(\theta_2) - \arg f_n) \end{aligned}$$

Wiederholt man dieses Verfahren für mehrere Winkelpaare θ_1 und θ_2 , kann man im Kleinwinkelbereich mit der Taylorentwicklung

$$(3.3) \quad f_n(\theta) = f_n(0) + \frac{\theta^2}{2} \frac{d^2 f_n(0)}{d\theta^2}$$

zu $f_n(0)$ linear extrapolieren.

Dieses Verfahren, das von Holdeman und Thaler verwendet wird, um den Reaktionsquerschnitt der Reaktion $p + \alpha$ bei 32 MeV zu bestimmen¹⁸⁾, versagt bei der vorliegenden Messung, weil $f_n(0)$ im Coulombinterferenzgebiet wesentlich

kleiner als $f_c(\theta)$ und von der gleichen Größenordnung wie der Meßfehler ist. In Tabelle 7 sind typische Reaktionsparameter zusammengestellt für leichte-Teilchen-Reaktionen (32 MeV p + α) und Schwerionenreaktionen (10 MeV $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$).

	32 MeV p + α	10 MeV $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$
Wellenzahl k	1.107 fm^{-1}	1.694 fm^{-1}
Sommerfeldparameter η	0.050	4.391
Kernradius R	2.222 fm	6.410 fm
Maximaler Drehimpuls ℓ_{gr}	3 $\hbar$	10 $\hbar$
Interferenzwinkel $\theta_0 = \ell_{gr}$	20°	5°
Grazing Winkel θ_{gr}	13°	85°
$ f_c(\theta_0) $	2.370 fm	618 fm
$ f_n(\theta_0) $	5 fm	10 fm

Tab. 7: Typische Reaktionsparameter für leichte-Teilchen-Reaktionen und Schwerionenreaktionen

b) Bestimmen von $f_n(0)$ aus der Partialwellenanalyse

Aus einer Partialwellenanalyse (siehe Abschnitt 3.4) gemessener Winkelverteilungen kann man die Amplitude $f_n(0)$ bestimmen. Diese Zahl kann man dann in Formel (2.15) oder (2.32) einsetzen, um den Reaktionsquerschnitt zu erhalten.

Es stellte sich heraus, daß die Partialwellenanalyse Streuphasen mit hohen ℓ -Werten favorisiert und trotzdem eine befriedigende Übereinstimmung mit den gemessenen Winkelverteilungen und dem Reaktionsquerschnitt liefert. Bei großen Streuwinkeln machen sich offensichtlich die zu großen S_ℓ -Werte der hohen Partialwellen wegen des oszillierenden Charakters der Legendre-Polynome nicht bemerkbar, während die Amplitude bei 0° wegen $P_\ell(0^\circ) = 1$ besonders verfälscht wird.

Ein Berechnen von Reaktionsquerschnitten nach Formel (2.32) ergibt absolut sinnlose, meist negative Werte.

c) Vernachlässigen der Holdeman-Thaler-Korrektur

Wojciechowski et al. ^{55,56)} lassen bei der experimentellen Bestimmung des Reaktionsquerschnitts z.B. bei der Reaktion $^{65}\text{Cu} + ^{16}\text{O}$ den Holdeman-Thaler-Korrekturterm völlig außer acht. Sie begründen diese Vernachlässigung mit dem wegen starker Absorption kleinen Betrag der Kernstreuamplitude $f_n(0)$.

Fig. 19 zeigt Ergebnisse dieses Verfahrens, durchgeführt an OM-Winkelverteilungen der elastischen Streuung $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ (OM-Parameter Satz 1 aus Tabelle 6). Um Meßfehler zu simulieren wurden die Wirkungsquerschnitte um 5% nach oben und unten verfälscht. Der Differenzsummenwirkungsquerschnitt (SOD-Querschnitt) stimmte trotzdem in allen Fällen bis auf ca. 10% mit dem OM-Reaktionsquerschnitt überein.

Als Abschneidewinkel wurde der Winkel θ_0 :

$$(3.4) \quad \theta_0 = 2 \arctan \exp\left(-\frac{3\pi}{2n}\right)$$

gewählt. Dieser energieabhängige Abschneidewinkel verhindert, daß der SOD-Reaktionsquerschnitt von Mottinterferenzstrukturen moduliert wird.

Die für diese Untersuchung verwendeten OM-Parameter geben die gemessenen Winkelverteilungen bei allen Energien brauchbar wieder. (Vgl. Fig. 17 - 18.) Deshalb wurde auch bei der Auswertung der experimentellen Daten die Holdeman-

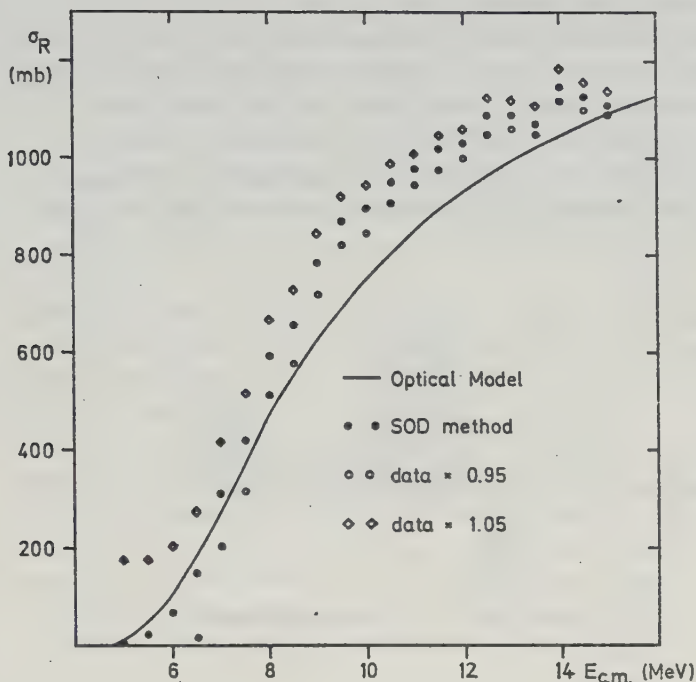


Fig. 19: Ergebnis des Differenzsummenverfahrens (SOD-Verfahren) an sythetischen Daten. Durchgezogene Linie: OM-Rechnung mit Parametersatz 1 aus Tab. 6. Volle Punkte: SOD-Verfahren. Kreise und Rechtecke: SOD-Verfahren für verfälschte Daten.

Thaler-Korrektur vernachlässigt. Der zu erwartende Fehler wird wie oben bei etwa 10% bis 15% liegen.

Das Integral in (2.34) wurde durch eine Summation von Rechtecksflächen gewonnen. Dieses einfache Integrationsverfahren (Tangenten-Trapezregel) bot sich an, nachdem die Meßpunkte zwar grob, aber nicht exakt äquidistant liegen, und deshalb kompliziertere Verfahren von vorneherein ausschieden. Die Integrationsgrenzen des jeweiligen

Tangententrapezes wurden dabei so gewählt, daß sie in der Mitte (im Schwerpunkt) zweier Meßpunkte liegen. Ausgenommen davon sind nur das Rechteck bei 90° , das bis zur 90° -Grenze verlängert wurde, sowie das Rechteck beim Punkt θ_0 , das durch ein schmaleres Rechteck ersetzt wurde. Figur 20 zeigt als Beispiel die Treppenkurve, die man nach dieser Vorschrift für die Winkelverteilung bei 9 MeV erhält.

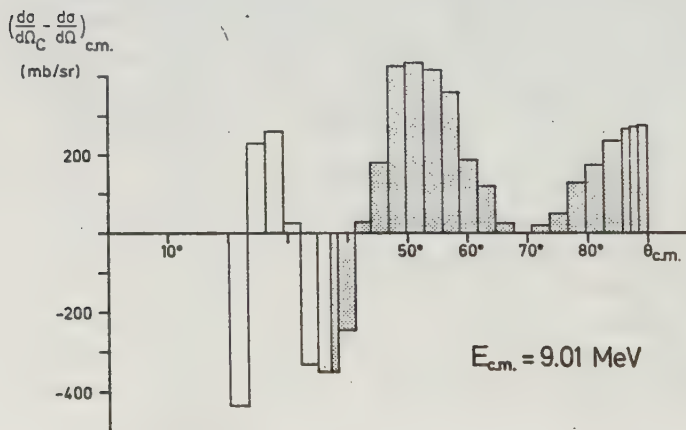


Fig. 20: Für die Differenzsumme (2.34) berücksichtigte Treppenkurve; die unterlegte Fläche ist das Integral.

Mitgeführt wurde in allen Fällen der Fehlerschlauch um die statistischen Fehler. Dieser gibt jedoch weder Verfahrensfehler der Integration, noch einen Fehler des Reaktionsquerschnitts wieder. Der tatsächliche Fehler ist allein durch die relativ willkürlich getroffene Wahl des Abschneidewinkels θ_0 und durch die Streuung der Meßwerte bei den Vorwärtswinkeln gegeben.

3.2 Absolute Höhe des Reaktionsquerschnitts

Figur 21 zeigt den nach der SOD-Methode bestimmten Reaktionsquerschnitt zusammen mit älteren Ergebnissen von Patterson et al. ³⁷⁾, Almquist et al. ³⁾ und Sperr et al. ²⁵⁾.

Die Daten von Patterson et al. und Almquist et al. wurden durch eine Messung der Wirkungsquerschnitte der Protonen und α -Teilchen gewonnen; Patterson berücksichtigt auch noch Neutronenquerschnitte.

Diese Daten sind bei niedrigen Energien recht zuverlässig, Bei höheren Energien entstehen Fehler dadurch, daß niederenergetische α -Teilchen in den zur Teilchendiskriminierung verwendeten Absorberfolien stecken bleiben und so dem Reaktionsquerschnitt verloren gehen. Zusätzliche α -Teilchen aus Break-up-Reaktionen (z.B. $^{16}\text{O} + \alpha \rightarrow \alpha + \alpha$) verfälschen das Ergebnis. Schließlich versagt das Verfahren ganz bei $E_{\text{c.m.}} \geq 12$ MeV, weil bei dieser Energie eine Vielzahl zusätzlicher Reaktionskanäle aufgeht. Almquist gibt den Fehler seiner Daten mit ca. 25% an.

Die Daten von Sperr et al. beruhen auf einer Messung der "evaporation-residues" unter Vorwärtswinkeln (Fusionsquerschnitt). Bei kleinen Energien sind solche Messungen sehr schwierig wegen der Dominanz der elastischen Streuung. Außerdem verfälscht die ^{16}O -Targetverunreinigung, die man experimentell nicht trennen kann, die Daten. Die Fusionsquerschnitte sind offensichtlich bei den niedrigen Energien zu klein.

Mehrere Autoren ^{22,23,24,29,44)} geben Reaktionsquerschnitte an, die durch Messung der γ -Ausbeute gewonnen

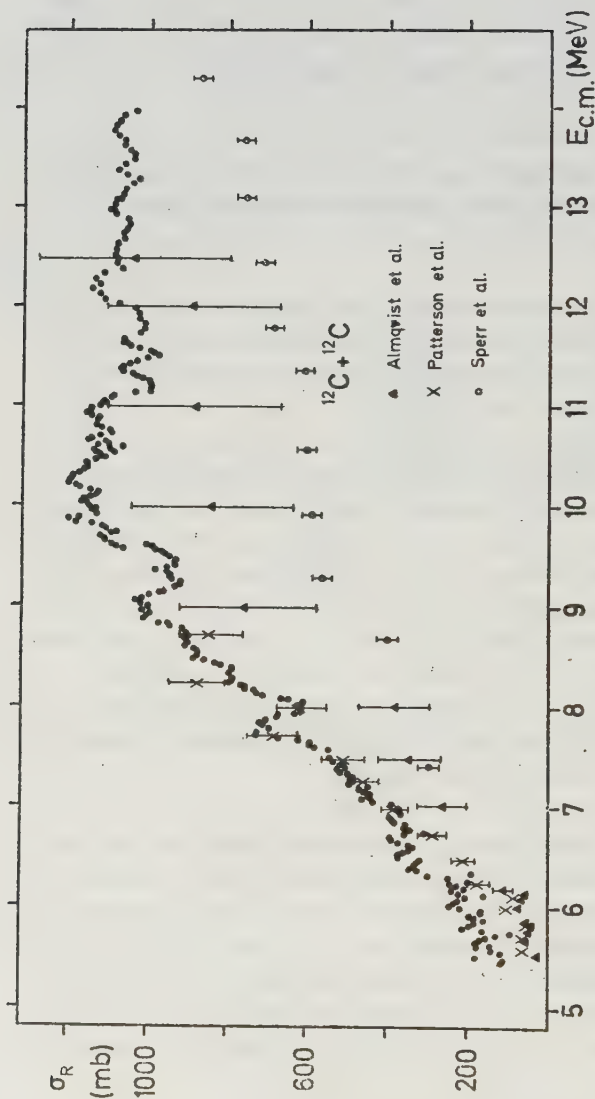


Fig. 21: Reaktionsquerschnitt für $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ im Vergleich mit älteren Daten von Patterson et al., Almquist et al. und Sperr et al.

wurden. Solche Daten sind aus mehreren Gründen mit einer gewissen Skepsis zu betrachten:

Eine Bestimmung des Absolutwerts des Reaktionsquerschnitts ist nicht möglich; die Ausbeutekurven müssen an andere Daten angepaßt werden.

Grundzustandsbeiträge (z.B. $\alpha + {}^{20}\text{Ne}_{\text{g.s.}}$), die speziell bei kleinen Energien recht bedeutend sind, werden nicht mitberücksichtigt.

Je nach Verfahren werden entweder die nicht über Kaskaden erfolgenden Übergänge vernachlässigt, oder durch Coulomb-anregung entstehende γ -Strahlung unkontrolliert mitberücksichtigt.

Die Daten aus γ -Messungen wurden deshalb in Figur 21 nicht berücksichtigt.

3.3 Resonanzenergien, totale Breiten und Partialbreiten für den elastischen Kanal

Figur 22 zeigt noch einmal den gemessenen Reaktionsquerschnitt. Man erkennt, daß auf einem relativ glatt verlaufenden Reaktionsuntergrund signifikante Überhöhungen sitzen. Weil im Reaktionsquerschnitt durch die hohe Anzahl beitrager Kanäle Fluktuationen wirksam gedämpft sind, sind alle Überhöhungen hier nur als Resonanzen zu verstehen.

Ein Vergleich mit Daten des $\alpha + {}^{20}\text{Ne}$ -Ausgangskanals der Reaktion ${}^{12}\text{C} + {}^{12}\text{C}$ ^{14,15,51)} zeigt, daß alle dort gefundenen Resonanzen ausnahmslos auch im Reaktionsquerschnitt erscheinen. Diese Resonanzen sind in Figur 22 mit Pfeilen markiert. Einige weitere lassen sich mit Strukturen identifizieren, die Fletcher et al. ²¹⁾ und Wada et al. ^{52,53,54)} im ${}^8\text{Be} + {}^{16}\text{O}$ -Ausgangskanal gefunden haben. Daneben erscheint eine Zahl bisher noch nicht bekannter Resonanzen.

Eine kritische Durchsicht der Daten der Reaktion ${}^{12}\text{C}({}^{12}\text{C}, \alpha){}^{20}\text{Ne}$ hat gezeigt, daß an den in Tabelle 8 aufgelisteten Resonanzenergien deutliche Überhöhungen im winkelintegrierten Wirkungsquerschnitt zu erkennen sind. Diese Überhöhungen wurden damals aufgrund sehr strenger Kriterien nicht als Resonanzen gewertet.

Für vier dieser Resonanzen konnte wegen des resonanten Verhaltens des $\alpha + {}^{20}\text{Ne}(\text{O}^+ \text{ g.s.})$ - bzw. ${}^{20}\text{Ne}(\text{O}^+ 6.722 \text{ MeV})$ -Übergangs der Spin anhand der in Ref. 49 gemessenen Winkelverteilungen nachträglich bestimmt werden. Bei den übrigen in dieser Arbeit erstmals gefundenen Resonanzenergien zeigen diese Übergänge kein resonantes Verhalten.

Beim Vergleich des Reaktionsquerschnitts mit der 90° -Anregungsfunktion der elastischen Streuung (siehe Figuren 23 und 24) stellt man fest, daß bis auf zwei Ausnahmen (die 6.40 MeV und 6.52 MeV Resonanzen) einem Resonanzmaximum im Reaktionsquerschnitt ein Minimum in der 90° -Anregungsfunktion entspricht. Diese Feststellung steht im Widerspruch zu einer Arbeit von Cosman et al. ⁷⁾.

Aus den in Figur 22 gezeigten Daten wurden nach dem Abziehen eines glatten Untergrunds die totalen Breiten Γ und die Resonanzüberhöhungen $\sigma_{R,res}$ bestimmt. Aus diesen zwei Größen wurde, soweit der Resonanzspin bekannt ist, mit Gleichung (3.5) ^{†)} die Zerfallsbreite Γ_e für den elastischen Kanal berechnet, sowie das Verhältnis der reduzierten Breite zur Einteilchenbreite im Wignerlimit Γ_e^2/Γ_w^2 (vgl. 4.2); diese Werte sind in Tabelle 8 zusammengestellt. Die in einigen Fällen angegebenen Fehler entstehen aus der Unsicherheit des abzuziehenden Untergrunds und sind repräsentativ für alle Werte.

^{†)} Gleichung (3.5) enthält einen zusätzlichen Faktor 2 für identische Teilchen. Vgl. (2.5).

E_{res} (MeV)	J^{π}	Γ (keV)	$\sigma_{R,\text{res}}$ (mb)	Γ_e (keV)	Γ_e/Γ (%)	γ_e^2/γ_w^2 (%)
5.61		80	110			
5.64	2^+	140	110	24	17	23
(5.66	2^+	80	100	12	15	11)
5.80		85	100			
5.93	4^+	70	65	4	5	6
6.03		100	95			
6.18		50	65			
6.25	2^+	55	55	5	9	2
6.40	$2^{+53})$	155	120	35	23	12
6.52		90	115			
6.68	4^+	110	90	9	8	5
6.87	4^+	95	45	4	4	2
7.08		75	65			
7.18		70	45			
7.23		80	55			
7.36		90	50			
7.73	4^+	120	170	25	21	5
7.84	4^+	100	140	17	17	3
8.26	4^+	110-140	55-75	10 ± 3	8 ± 1	1.4 ± 0.4
8.48	4^+	50-80	40-55	4	5 ± 1	0.5 ± 0.3
8.88	6^+	120	100	10	9	2
8.97		90	100			
9.06	6^+	110	115	11	10	2
9.28	6^+	60	25	1	2	0.2
9.35	$6^{+54})$	50	55	2	5	0.3
9.67	8^+	130-160	60-80	7 ± 2	5 ± 1	2.6 ± 0.9
9.86	8^+	70	90	4	6	1.3
10.04		105	45			
10.23		180	85			
10.43	$6^{+21})$	70	50	3	5	0.3
10.64	8^+	100	80	6	6	1.2
10.83		120	90			
10.93	8^+	140	130	15	11	2.5
11.05		110	100			
11.38	8^+	160	90	12	7	1.6
11.66		150	80			
12.18		140-160	95			
12.28	8^+	120	80	9	7	0.9
12.98	$8^{+21})$	120	50-60	6 ± 1	5 ± 1	0.5 ± 0.1
13.12		140	35-45			
13.40	$10^{+21})$	110	50	4	4	0.6
13.80	$10^{+21})$	340	85	23	7	2.8

Tab. 8: Resonanzparameter der $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Resonanzen;
Die angegebenen Resonanzspins sind Ref. 14,15 und 51 ent-
nommen.

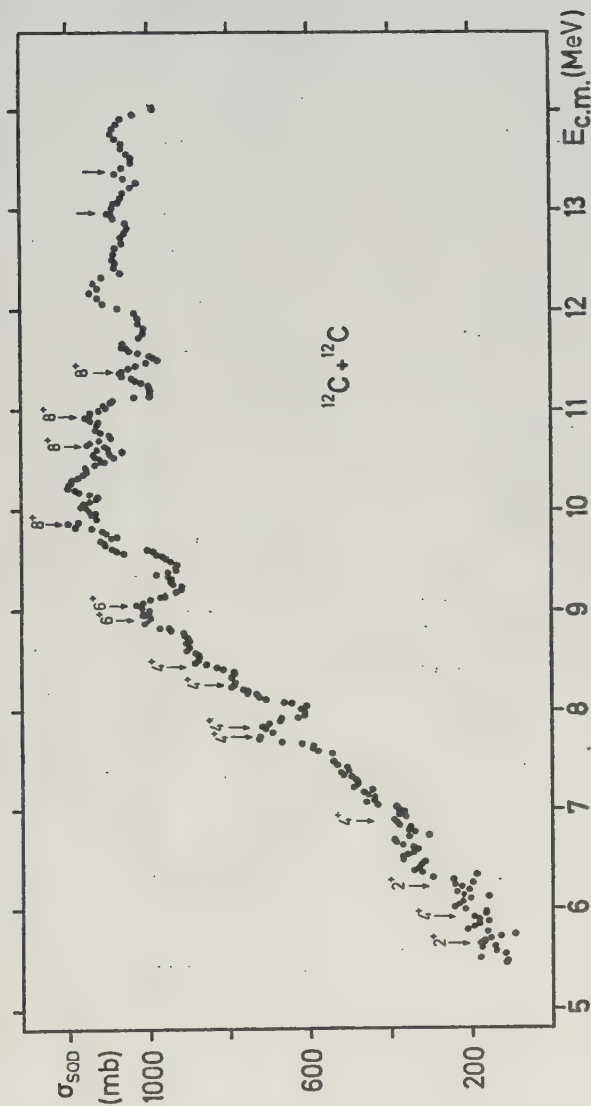


Fig. 22: Reaktionsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$; mit Pfeilen sind die Resonanzenergien des Ausgangskanals $\alpha + ^{20}\text{Ne}$ (Ref. 14, 15 und 51) markiert.

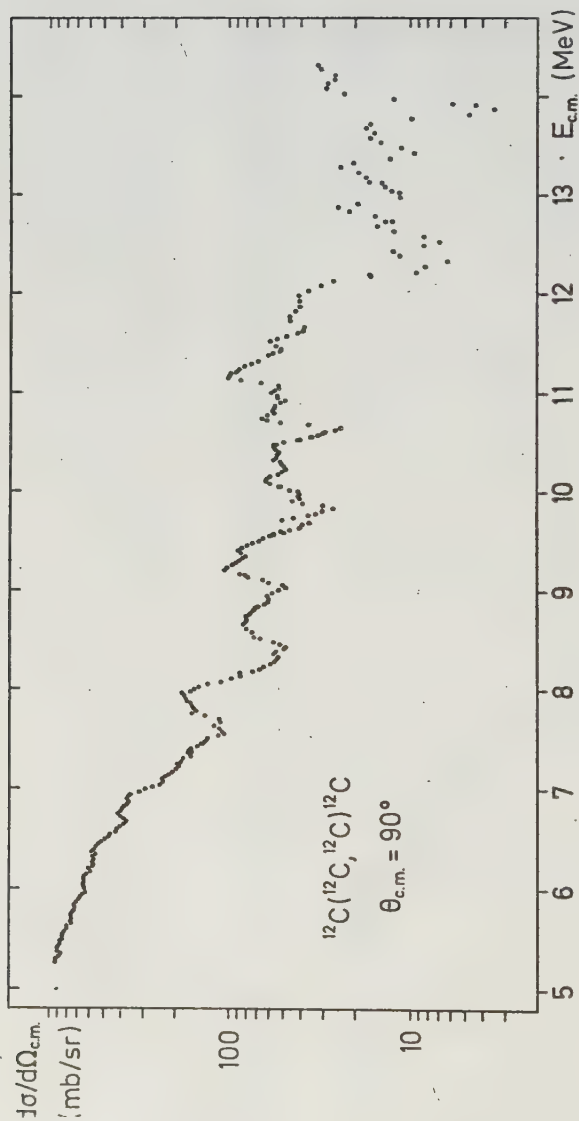


Fig. 23: Anregungsfunktion der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $\theta_{\text{c.m.}} = 90^\circ$

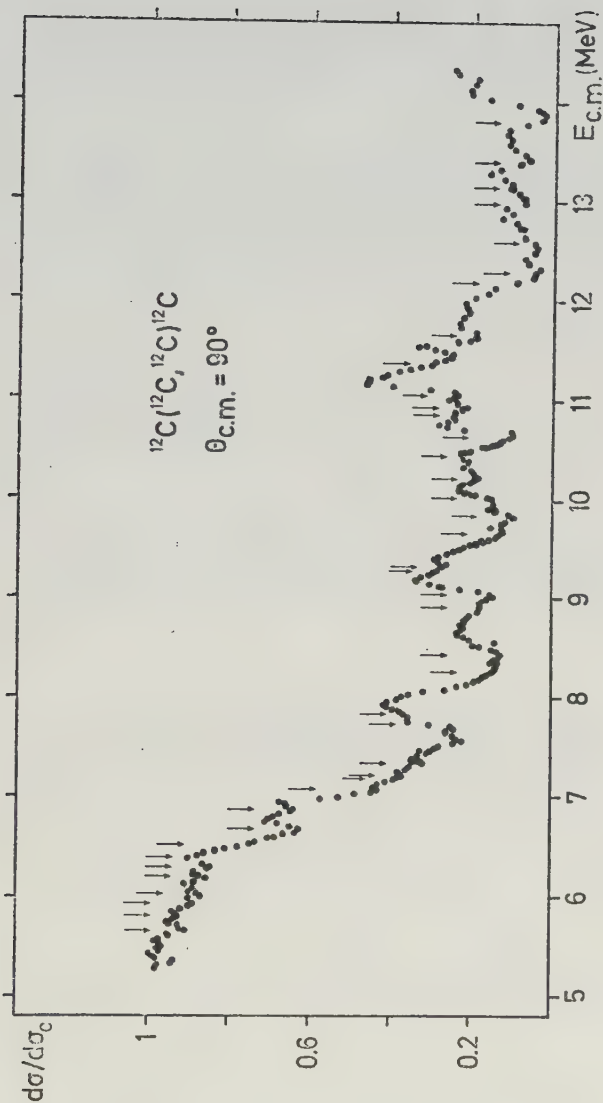


Fig. 24: Anregungsfunktion der elastischen Streuung $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{12}\text{C}$ bei $\theta_{\text{C.m.}} = 90^\circ$ normiert auf den Mottquerschnitt. Die Pfeile kennzeichnen die Resonanzen im Reaktionsquerschnitt.

3.4 Untersuchung der Winkelverteilungen der elastischen Streuung mit der Methode der Partialwellenanalyse

Unter Partialwellenanalyse versteht man die Methode, in der in Formel (2.1) angegebenen Darstellung der Streuamplitude die komplexen Streumatrixelemente solange zu verändern, bis der gemessene Wirkungsquerschnitt optimal wiedergegeben wird.

Läßt man einen maximalen Drehimpuls $l_{\max}$ zu, so ist das ein $(2l_{\max} + 2)$ -Parameterfit, mit der zusätzlichen Nebenbedingung, daß die S-Matrixelemente nur die physikalischen Werte $|S_\ell|^2 \leq 1$ annehmen dürfen.

Im Falle identischer Spin-Null-Teilchen treten nur die geraden Partialwellen in der Streuamplitude auf, und die Anzahl der Parameter reduziert sich auf $(l_{\max} + 2)$. ($l_{\max}$ ist gerade.)

Hat man die S-Matrixelemente gewonnen, so ist damit der Spin J eventuell auftretender Resonanzen bekannt: Er zeigt sich in einem glockenförmigen Minimum der Funktion $|S_J(E)|$. Den Reaktionsquerschnitt σ_R erhält man aus (2.10). Die Partialbreite Γ_e der Resonanz läßt sich durch die Beziehung:

$$(3.5) \quad \sigma_{R, \text{res}} = \frac{\pi}{k_e^2} (2J+1) \frac{4\Gamma_e (\Gamma - \Gamma_e)}{\Gamma^2}$$

aus der bekannten Breite Γ und Resonanzüberhöhung $\sigma_{R, \text{res}}$ bestimmen.

3.4.1 Voruntersuchungen

Für die Partialwellenanalyse braucht man ein Verfahren, lokale oder globale Minima der vielparametrigen Funktion (2.1) unter Berücksichtigung einschränkender Nebenbedingungen aufzufinden.

Eine Zusammenstellung einiger solcher Verfahren findet man in Referenz 9, 30 und 38.

Von diesen Verfahren wurde in Voruntersuchungen das von Hooke und Jeeves ²⁰⁾, sowie das von Price ³⁸⁾ ausgewählt. Beide Verfahren bestechen durch ihre Einfachheit und Effizienz. Während das erste dem zweiten in Geschwindigkeit weit überlegen ist, erlaubt das zweite Verfahren eine Bestimmung globaler Minima einer Funktion.

Mit dem Verfahren von Price wurde geprüft, ob in der Partialwellenanalyse Mehrdeutigkeiten auftreten, d.h., ob das aufgesuchte Minimum von den Startwerten abhängt. In allen Fällen, die untersucht wurden, fand das Verfahren von Price aber das gleiche Minimum, das auch der Pattern-Search (Verfahren von Hooke und Jeeves) mit den Standardstartwerten $S_{\ell} = 1$ fand.

Figur 25 zeigt die Wirksamkeit des Verfahrens von Price anhand einer einfachen Testfunktion: Es wurde nach dem globalen Minimum der Funktion

$$(3.6) \quad f(x,y) = 1 + \sin^2 x + \sin^2 y - 0.1 \exp(-x^2 - y^2)$$

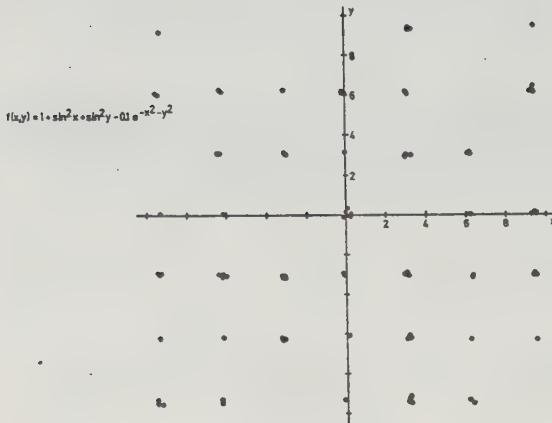


Fig. 25: Verfahren von Price; aufgetragen sind die Argumente der 400. - 700. Auswertung der Funktion (3.6).

im Bereich $-10 \geq x, y \geq 10$ gesucht. In diesem Bereich hat die Funktion (ein in der Mitte eingebauter Eierkarton) 49 lokale Minima mit dem Funktionswert 1 und ein globales Minimum mit dem Funktionswert 0.9 an der Stelle $x = y = 0$.

Figur 25 zeigt die Argumente, an denen die Funktion (3.6) durch das Verfahren von Price ausgewertet wurde. Es ist eine deutliche Clusterung dieser Punkte um die Minima zu erkennen. Das globale Minimum erkennt man am kleineren Funktionswert.

Der Pattern-Search wurde an der Funktion

$$(3.7) \quad f(x,y) = (x^2 + y^2 - 25)^2 - 0.1 x$$

getestet. Die Funktion beschreibt eine schräg gestellte
Gugelhupfform mit dem einzigen Minimum bei $x = 5$, $y = 0$.
Figur 26 zeigt den Weg des Suchpfades: Bereits nach dem
ersten gezielten Sprung findet der Pattern-Search in das
tiefeingeschnittene, gekrümmte Tal. Der Weg um die
Krümmung des Tals ist naturgemäß mühsam. Nach 1000 Aus-
wertungen der Funktion hat der Search das Minimum bis
auf 0.1% Abweichung erreicht.

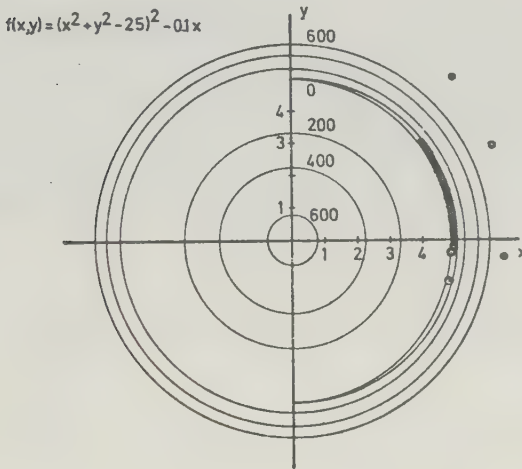


Fig. 26: Höhenliniendarstellung der Funktion (3.7).
Punkte: Parameter sind kartesische Koordinaten, 1000 Aus-
wertungen. Kreise: Parameter sind Polarkoordinaten, 10
Auswertungen.

Eine Parametrisierung der Funktion (3.7) in Polarkoor-
dinaten:

$$(3.8) \quad f(r, \phi) = (r^2 - 25)^2 - 0.1 r \cos \phi$$

liefert bereits nach 10 Auswertungen das Minimum auf 10^{-3} genau.

Die Verwendbarkeit der Partialwellenanalyse zur Bestimmung des Reaktionsquerschnitts wurde anhand synthetischer Daten untersucht: Mit dem OM berechnete Wirkungsquerschnitte wurden durch Zufallszahlen nach folgendem Rezept verfälscht:

$$(3.9) \quad \frac{d\sigma_{\text{syn}}}{d\Omega} = (1+f_1)(1+f_2 \frac{X_i - 0.5}{2}) \frac{d\sigma_{\text{OM}}}{d\Omega}$$

Dabei sind die X_i gleichverteilte Zufallszahlen im Intervall $(0,1)$ [†]). Mit dem Faktor f_1 läßt sich die Absoluthöhe des Wirkungsquerschnitts verfälschen, mit dem Faktor f_2 kann man die Streuung der synthetischen Daten auf einen bestimmten Wert einstellen.

Diese synthetischen Daten wurden dann einer Partialwellenanalyse unterzogen, und die Reaktionsquerschnitte bestimmt.

†) Sie wurden nach der multiplikativen Kongruenzmethode gewonnen:

$$(3.10) \quad X_{i+1} = a X_i + b \pmod{T}$$

Parameter waren:

$$X_0 = 2^{30} + 1; a = 2^7 + 1; T = 2^{35}$$

Vgl. Ref. 1, S. 949.

Es wurde im Bereich $E_{c.m.} = 10.6$ bis 12 MeV mit $l_{max} = 12$ analysiert (OM-Parameter Satz 2 aus Tabelle 6). Der Reaktionsquerschnitt des OM wurde bei exakten Daten ($f_1 = f_2 = 0$) mit einem Fehler von ca. 15 % von der Partialwellenanalyse reproduziert. Bei um 5 % verfälschten Daten ($f_1 = f_2 = 0.05$) streute der Fehler des Reaktionsquerschnitts zwischen 5 % und 30 %. Die Streuphasen $|S_\ell|$ konnten mit einem maximalen Fehler von 20 % zurückgewonnen werden.

Zum Teil beruhen die beachtlichen Fehler wegen der wenigen gerechneten Punkte vermutlich auf Anlaufschwierigkeiten der Partialwellenanalyse: Aus Gründen der Rechenzeiterparnis werden als Startparameter einer jeden Energie die S-Matrixelemente der letzten Winkelverteilung verwendet. Nur für die erste Energie werden alle S_ℓ gleich 1 gesetzt.

3.4.2 Bestimmung des Reaktionsquerschnitts durch die Partialwellenanalyse

Figuren 27 und 28 zeigen einige experimentelle Daten mit Streuphasenfits. Die χ^2 -Werte lagen in allen Fällen zwischen 8 und 80. Sie sind von der gleichen Größenordnung, wie sie mit synthetischen Daten ($f_1 = f_2 = 0.05$) auch erreicht wurden.

Figur 29 zeigt schließlich das Ergebnis der Partialwellenanalyse für den Reaktionsquerschnitt.

Bei den hohen Energien ($E_{\text{cm}} > 12$ MeV) liegen die Werte etwas tiefer als die mit der Holdeman-Thaler-Analyse gewonnenen; die Strukturen sind auch ausgeprägter. Der Grund ist vermutlich darin zu suchen, daß hier die 30 Meßpunkte mit ihren Meßfehlern nicht ausreichen, die 16 freien Parameter ($\ell_{\text{max}} = 14$) hinreichend genau zu bestimmen.

Alle aus früheren Messungen unserer Gruppe bekannten Resonanzen ^{14,15,51)} sind als Überhöhungen des Reaktionsquerschnitts zu erkennen.

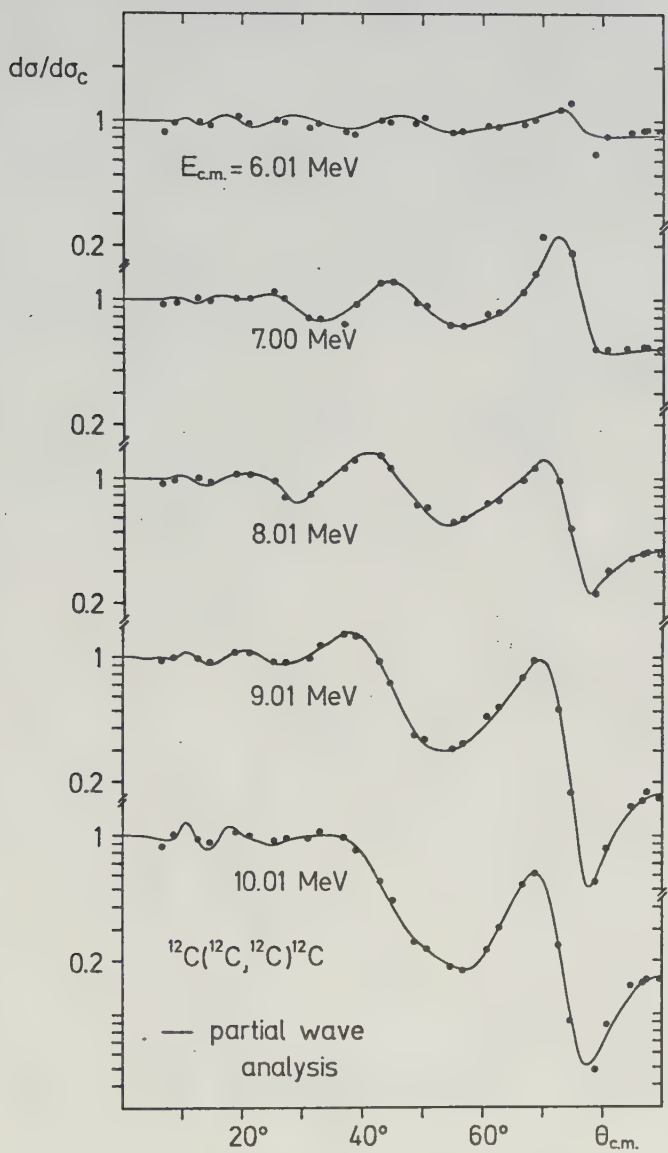


Fig. 27: Experimentelle Daten mit Streuphasenfits

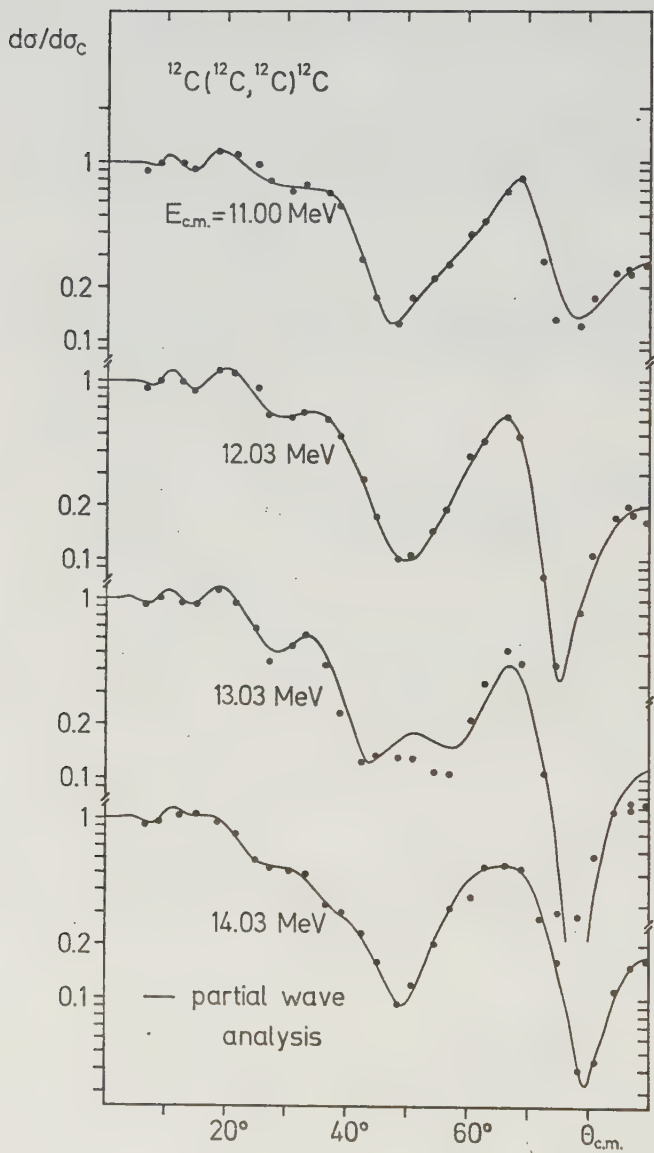


Fig. 28 : Experimentelle Daten mit Streuphasenfits

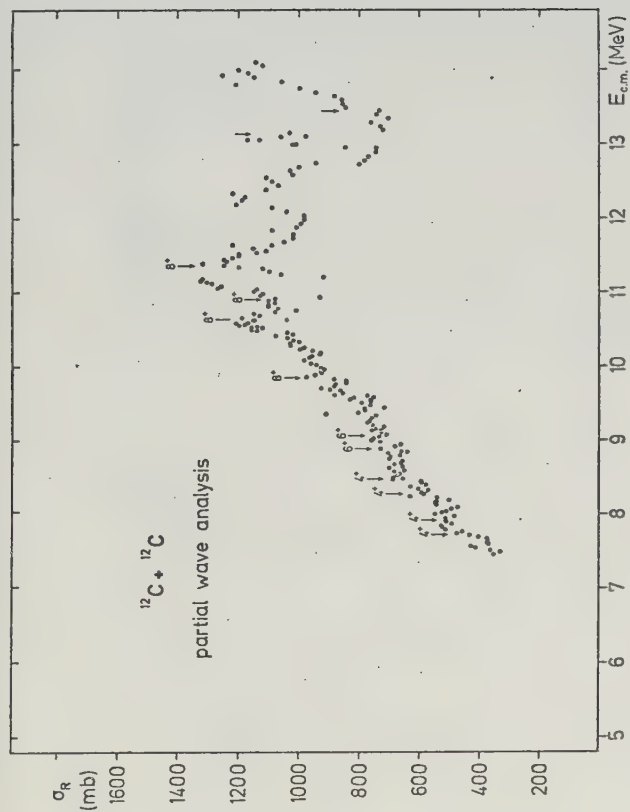


Fig. 29: Ergebnis einer Streuphasenanalyse für den Reaktionsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$; mit Pfeilen sind die Resonanzen im α -Teilchenausgangskanal markiert.

3.4.3 Bestimmung von Resonanzspins aus der Partialwellenanalyse

Figur 30 zeigt das Ergebnis einer Partialwellenanalyse für den Betrag der Streumatrixelemente $|S_\ell|$. Während $|S_{10}|$ und $|S_8|$ ungefähr das erwartete Verhalten zeigen, ist der Wiederanstieg der Streuphase $|S_6|$ bei 10 MeV, sowie das Oszillieren von $|S_0|$, $|S_2|$ und $|S_4|$ unverständlich.

Durch den Faktor $2\ell+1$ in Gleichung (2.1) sind die höheren Partialwellen stärker gewichtet. Die Streuung der Meßwerte und die kleine Anzahl von Meßpunkten pro Winkelverteilung führen dann offensichtlich zu dem in Figur 30 beobachteten Verhalten der Streuphase. Für eine Spinbestimmung sind diese Ergebnisse weitgehend unbrauchbar.

Aus diesem Grunde wurde versucht, das normalerweise bei Schwerionenreaktionen beobachtete Verhalten, nämlich den Saxon-Woods-förmigen Verlauf der Reflexionskoeffizienten, zu erzwingen. Dazu wurden alle Reflexionskoeffizienten mit $\ell < \ell_{gr}-2$ zu Null gesetzt. Im Suchverfahren wurden nur die drei komplexen Zahlen $S_{\ell_{gr}-2}$, $S_{\ell_{gr}}$ und $S_{\ell_{gr}+2}$ bestimmt. Dieses Verfahren wird im folgenden als "eingeschränkte Partialwellenanalyse" bezeichnet. Mit steigender Energie ändert sich der Drehimpuls für den streifenden Stoß ℓ_{gr} . In Figur 31 sind jeweils die Streuphasen gezeigt, die in der eingeschränkten Partialwellenanalyse bestimmt wurden.

Auch die in Figur 31 gezeigten Daten lassen nur in ganz wenigen Fällen eine eindeutige Spinbestimmung zu. Eine Auswertung der Figuren 30 und 31 ist in Tabelle 9 zusammengestellt.

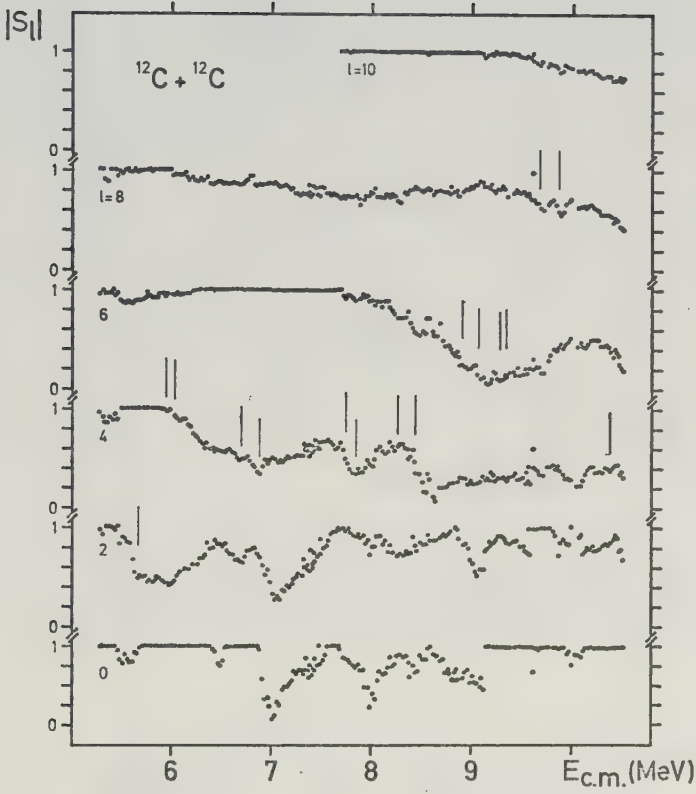


Fig. 30: Ergebnisse einer freien Partialwellenanalyse an experimentellen Daten: Bekannte Resonanzenergien und Spins sind markiert.

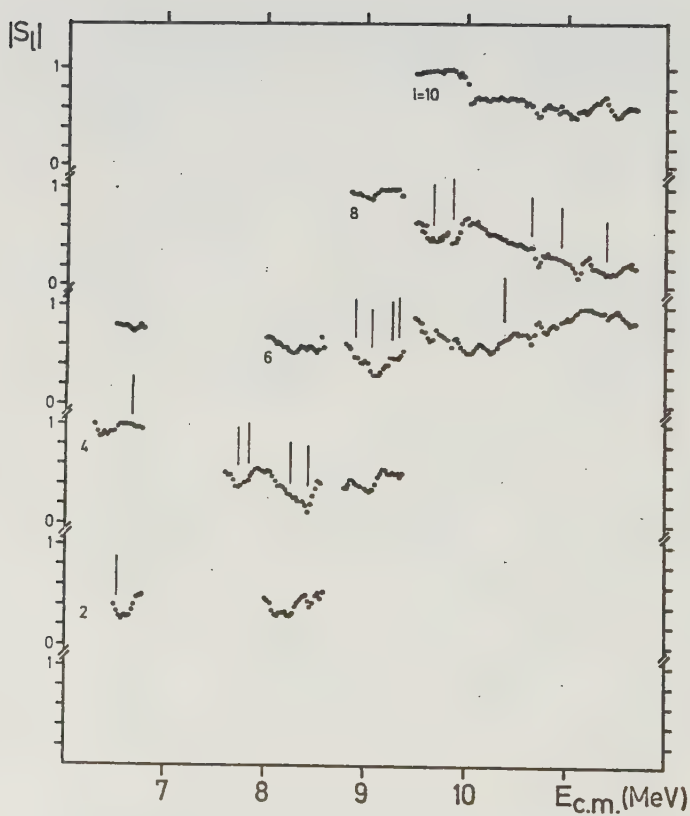


Fig. 31: Ergebnisse einer eingeschränkten Partialwellenanalyse an experimentellen Daten: Bekannte Resonanzenergien und Spins sind markiert.

E_{res} (MeV)	J^{π} freie PA	J^{π} eingeschränkte PA
5.66	(2^+)	
5.80	(2^+)	
5.93	$(4^+, 6^+)$	
6.03	(2^+)	
6.25	(2^+)	
6.52		2^+
6.68	(4^+)	(2^+)
6.87	4^+	
7.36	(2^+)	
7.73		4^+
7.84	4^+	4^+
8.26		$(2^+, 6^+)$
8.48		4^+
8.97	$(2^+, 6^+)$	6^+
9.06		$(4^+, 6^+)$
9.67	(6^+)	$(6^+, 8^+)$
9.86	(8^+)	8^+
10.04	(8^+)	$(6^+, 10^+)$
10.23	(4^+)	$(6^+, 8^+, 10^+)$
10.64		(6^+)
10.93		(10^+)
11.38		8^+

Tab. 9: Versuch einer Resonanzspinbestimmung durch Partialwellenanalyse: Die meisten Zuordnungen sind nicht eindeutig oder unzuverlässig (in Klammern gesetzt).

Folgende Spinzuordnungen scheinen jedoch eindeutig und stimmen auch mit älteren Ergebnissen ^{13,14,15,21,52,53,54)} überein:

11.38 MeV 8^+
 9.86 MeV 8^+
 8.97 MeV 8^+
 8.48 MeV 4^+
 7.84 MeV 4^+
 7.73 MeV 4^+

4. EIGENSCHAFTEN DER $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - RESONANZEN

4.1 Spinselektivität

Aus Figur 22 erkennt man, daß die im Reaktionsquerschnitt der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ auftretenden Resonanzen in Gruppen gegliedert sind; in diesen Gruppen herrscht immer ein Resonanzspin vor.

Diese Tatsache kann man mit einfachen Annahmen verstehen. Wir betrachten dazu den Reaktionsquerschnitt σ_R . Für ihn gilt ^{†)}:

$$(4.1) \quad \sigma_R = \frac{\pi}{k_e^2} \sum_{c \neq e} (2\ell+1) |S^{ec}|^2$$

^{†)} Für die weiteren Überlegungen ist der Spin der Reaktionspartner unwesentlich. Um die Darstellung übersichtlich zu halten, werden die Spins der Teilchen deshalb vernachlässigt.

Dabei ist S^{ec} ein nichtdiagonales Element der Streumatrix. Summiert wird über alle Kanäle c , ausgenommen den elastischen Kanal e .

Aufspalten der S -Matrix in einen mit der Energie langsam veränderlichen Anteil $\bar{S}$ und einen fluktuierenden Anteil S^{fl} , sowie anschließende Mittelung über ein Energieintervall, welches die Fluktuationen dämpft, ergibt:

$$(4.2) \quad \langle \sigma_R \rangle = \frac{\pi}{k_e^2} \sum_{\substack{c \neq e \\ l}} (2l+1) (\langle |\bar{S}_l^{ec}|^2 \rangle + \langle |S_l^{ec,fl}|^2 \rangle)$$

Kreuzprodukte der Art $\langle \bar{S}^{ec} S^{ec,fl} \rangle$ fallen bei der Energiemittelung weg, weil sich Betrag und Phase des fluktuierenden Anteils schnell ändern.

In (4.2) beschreibt $\langle |S^{ec,fl}|^2 \rangle$ den Untergrund der statistisch erfolgenden Reaktionen (Compoundanteil), während $\langle |\bar{S}^{ec}|^2 \rangle$ den Beitrag direkter Reaktionen liefert. Hier treten auch Beiträge isolierter Resonanzen auf von der Form:

$$(4.3) \quad S^{ec,res} = \exp(i\delta_e + i\delta_c) \frac{-i\sqrt{\Gamma_e} \sqrt{\Gamma_c}}{E - E_{res} + i\frac{\Gamma}{2}}$$

δ_e und δ_c sind die reellen Potentialstreuphasen in den Kanälen e und c .

Wegen der Unitarität der Streumatrix:

$$(4.4) \quad 1 = \sum_c |S_l^{ec}|^2 = |S_l^{ee}|^2 + \sum_{c \neq e} |S_l^{ec}|^2$$

gilt andererseits:

$$(4.5) \quad \sigma_R = \frac{\pi}{k_e^2} \sum_{\ell} (2\ell+1)(1 - |s_{\ell}^{ee}|^2)$$

Spaltet man auch hier das Diagonalglied der S-Matrix in einen mit der Energie langsam veränderlichen und fluktuierenden Anteil auf, so erhält man:

$$(4.6) \quad \langle \sigma_R \rangle = \frac{\pi}{k_e^2} \sum_{\ell} (2\ell+1)(1 - \langle |\bar{s}_{\ell}^{ee}|^2 \rangle - \langle |s_{\ell}^{ee,fl}|^2 \rangle)$$

Im Fall der Reaktion $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ wurde durch statistische Analysen und Hauser-Feshbach-Rechnungen gezeigt ⁴⁸⁾, daß in dem hier betrachteten Energiebereich

- a) der Anteil direkter Beiträge für die Reaktionen verschwindend gering ist, und
- b) der fluktuierende Beitrag zur elastischen Streuung (compoundelastische Streuung) klein ist.

Für diesen Spezialfall folgt beim Auftreten einer isolierten Resonanz:

$$(4.7) \quad \sum_{\ell} (2\ell+1)(1 - \langle |\bar{s}_{\ell}^{ee}|^2 \rangle) =$$

$$\sum_{\substack{c \neq e \\ \ell}} (2\ell+1)(\langle |s_{\ell}^{ec,fl}|^2 \rangle + \delta_{\ell J} \frac{\Gamma_e \Gamma_c}{(E - E_{\text{res}})^2 + \frac{\Gamma^2}{4}})$$

Den energiegemittelten, fluktuierenden Anteil der S-Matrix kann man i.a. mit den Streuphasen eines Optischen Modells recht gut wiedergeben:

$$(4.8) \quad \sum_{c \neq e} < |s^{ec, fl}|^2 > = 1 - |s^{OM}|^2$$

In dieser Näherung gilt für den Reaktionsquerschnitt in der Nähe einer isolierten Resonanz:

$$(4.9) \quad <\sigma_R> = \frac{\pi}{k_e^2} \sum_{\ell} (2\ell+1) (1 - |s^{OM}|^2 + \delta_{\ell J} \frac{\Gamma_e (\Gamma - \Gamma_e)}{(E - E_{res}) + \frac{\Gamma^2}{4}})$$

Für den resonanten Teil des Reaktionsquerschnitts an der Resonanzenergie E_{res} gilt nach (4.9) offensichtlich:

$$(4.10) \quad \sigma_{R, res} = \frac{\pi}{k_e^2} (2J+1) 4 \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} - \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} \right)^2 \right)$$

Dieser Anteil ist durch zwei Größen bestimmt:

a) Das unitäre Limit $\frac{\pi}{k_e^2} (2J+1) |s^{OM}|^2$; stärker über-

höht darf die Resonanz nicht sein, weil der Rest des Flusses bereits vom Reaktionsuntergrund in Anspruch genommen wird.

b) Den Faktor $4 \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} - \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} \right)^2 \right)$.

Figur 32 zeigt die Funktionen

$$(4.11) \quad \frac{2\pi}{k_e^2} (2J+1) |s_J^{OM}|^2 \quad +)$$

†) Faktor 2 wegen identischer Teilchen, vgl. (2.25).

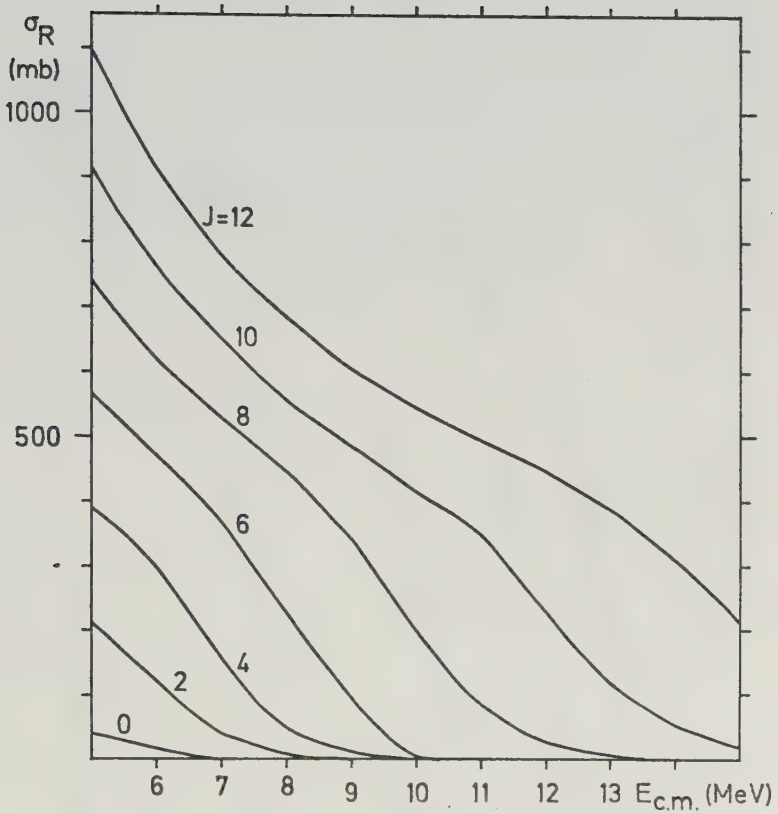


Fig. 32: Unitäres Limit für die Überhöhung einer Resonanz im Reaktionsquerschnitt. Es wird vorausgesetzt, daß die Resonanz keine Kopplung an den Reaktionsuntergrund hat. Es wurde Parametersatz 1 aus Tabelle 6 verwendet.

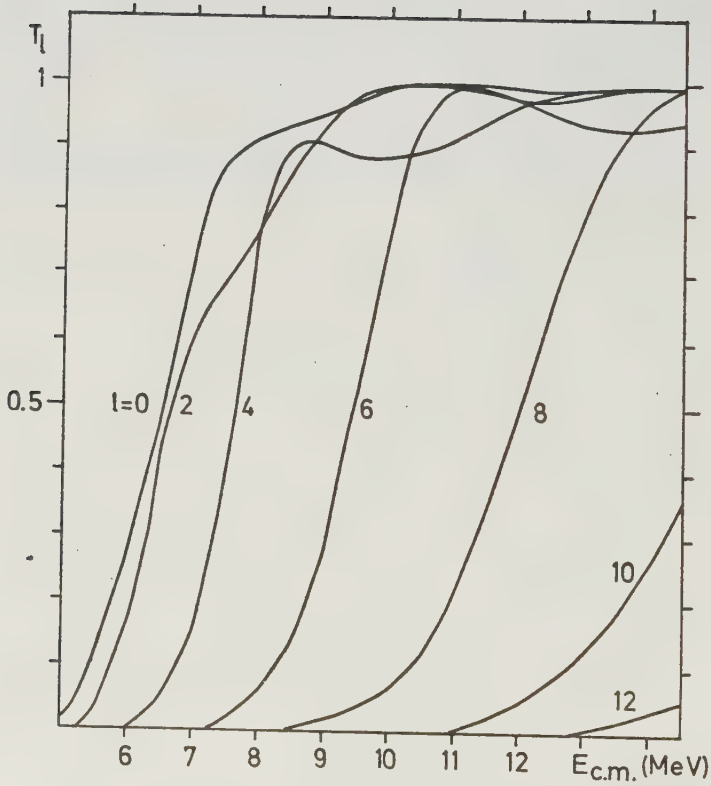


Fig. 33: Transmissionskoeffizienten aus OM-Rechnungen. Es wurde Parametersatz 1 aus Tabelle 6 verwendet.

für den $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ -Fall, aufgetragen über der Energie. Als OM-Parameter zur Berechnung der Reflexionskoeffizienten wurde Satz 1 aus Tabelle 6 benutzt. Figur 33 zeigt die dazugehörigen Transmissionskoeffizienten $T_J = 1 - |S_J^{\text{OM}}|^2$. (4.11) gibt das unitäre Limit für den Reaktionsquerschnitt eventuell auftretender $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ -Resonanzen. Die von Figur 32 suggerierte Vorstellung, bei kleinen Energien sollten größere Resonanzüberhöhungen zu erwarten sein als bei großen, oder die Überhöhung von Resonanzen mit großem Spin sollte größer sein als die von solchen mit kleinem Spin, läßt sich leicht widerlegen.

Figur 34 zeigt die Funktion:

$$(4.12) \quad 4 \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} - \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} \right)^2 \right)$$

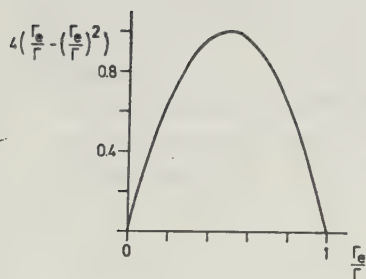


Fig. 34: Einfluß des Verhältnisses Γ_e/Γ auf den resonanten Reaktionsquerschnitt

aufgetragen über dem Verhältnis Γ_e/Γ . Aus physikalischen Gründen ist dieses Verhältnis auf den Bereich von 0 bis 1 beschränkt:

Ein Verhältnis von 1 bedeutet, daß die Resonanz vollständig in den elastischen Kanal zerfällt und im Reaktionsquerschnitt überhaupt nicht erscheint.

Ein Verhältnis von 0 bedeutet, daß die Resonanz überhaupt nicht in den elastischen Kanal zerfallen kann; wegen Zeitum-

kehrinvarianz kann sie aus diesem Kanal dann auch nicht bevölkert werden. Im Reaktionsquerschnitt erscheint sie deshalb nicht.

Ihr Maximum vom Wert 1 nimmt die Funktion (4.12) für $r_e/r = 0.5$ an.

Aus (4.11) und (4.12) kann man jetzt den maximalen resonanten Reaktionsquerschnitt angeben:

Partialwellen mit $l < l_{gr}$ werden vollständig absorbiert. Die zugehörigen Reflexionskoeffizienten $|S_l|^2$ sind sehr klein, d.h., Resonanzen mit $J \ll l_{gr}$ können wegen (4.11) nicht beobachtet werden.

Für kleine Energien nähert sich das Verhältnis r_e/r dem Wert Null, und deshalb können auch dort keine Resonanzen mehr beobachtet werden. Es gilt nämlich der Zusammenhang:

$$(4.13) \quad \frac{r_e}{r} = \frac{k_e^2 \sigma_c(e)}{\sum_{\gamma} k_{\gamma}^2 \sigma_c(\gamma)}$$

Dabei sind die $\sigma_c(\gamma)$ die Resonanzbildungsquerschnitte in den jeweiligen Kanälen γ . Abgesehen von strukturabhängigen Größen kann man die Bildungsquerschnitte $\sigma_c(\gamma)$ mit der Beziehung:

$$(4.14) \quad \sigma_c(\gamma) \sim \frac{\pi}{k^2} (2J+1) T_J(\gamma)$$

abschätzen.

Daher geht r_e/r gegen Null wie:

$$(4.15) \quad \frac{r_e}{r} \quad T_J(e)$$

In Figur 35 sind die Funktionen:

$$(4.16)$$

$$\max\left(\frac{2\pi}{k_e^2} (2J+1) |S_J|^2, \frac{2\pi}{k_e^2} 4 T_J(e)(1 - T_J(e)) \right) \quad \dagger)$$

gezeigt. Das entspricht einer willkürlichen Annahme des Proportionalitätsfaktors in (4.15) zu Eins.

Man erwartet, daß (4.16) bis auf einen konstanten Faktor am zweiten Term den maximalen, physikalisch erlaubten Resonanzwirkungsquerschnitt angibt. Nimmt man nun irgendeine Verteilung von Resonanzstrukturen über den Energiebereich an, so kann man von ihnen immer nur die beobachten, die in die in Figur 35 gezeigten Fenster fallen.

†) Faktoren 2 wegen identischer Teilchen, vgl. (2.5).

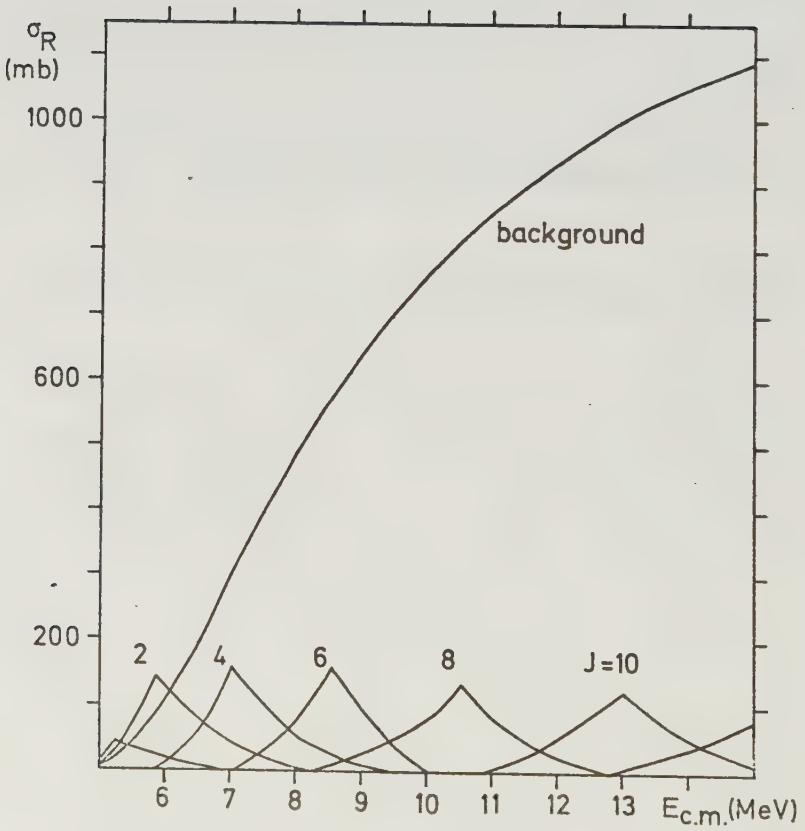


Fig. 35: Maximal möglicher Reaktionsquerschnitt für eine Resonanz mit Spin J . Außerdem ist der Reaktionsuntergrund gezeigt.

4.2 Struktur der $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Resonanzen

Figuren 36 bis 39 zeigen die in Abschnitt 3.3 extrahierten Verhältnisse Γ_e/Γ im Vergleich mit Voraussagen des statistischen Modells. Die glatten Kurven sind die Funktionen

$$(4.17) \quad \left(\frac{\Gamma_e}{\Gamma} \right)_{J^\pi = l^+}^{\text{H.F.}} = 2 \frac{T_{J^\pi = l^+}(e)}{G_{J^\pi = l^+}} \quad +)$$

aus einer Hauser-Feshbach-Rechnung⁴⁸⁾. In (4.17) bedeutet $T_J(e)$ den Transmissionskoeffizienten im elastischen Kanal, und G_J ist die Anzahl der offenen Reaktionskanäle (Hauser-Feshbach-Nenner).

$$(4.18) \quad G_{J^\pi} = \sum_{\alpha'', s'', l''} T_{l''}(\alpha'')$$

Summiert wird in (4.18) über alle offenen Kanäle α'' , alle erlaubten Kanalspins s'' und Bahndrehimpulse l'' .

Wie man erkennt, sind die gemessenen Zerfallsverhältnisse Γ_e/Γ signifikant größer als die, die man erwarten würde, wenn es sich bei den $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - Resonanzen um Compoundkernresonanzen handelte. Die großen Verhältnisse Γ_e/Γ für einige der Resonanzen zeigen klar deren molekularen Charakter. Besonders bei den niedrigen Energien ist offensichtlich die Molekülstruktur besonders ausgeprägt.

†) Faktor 2 wegen identischer Teilchen

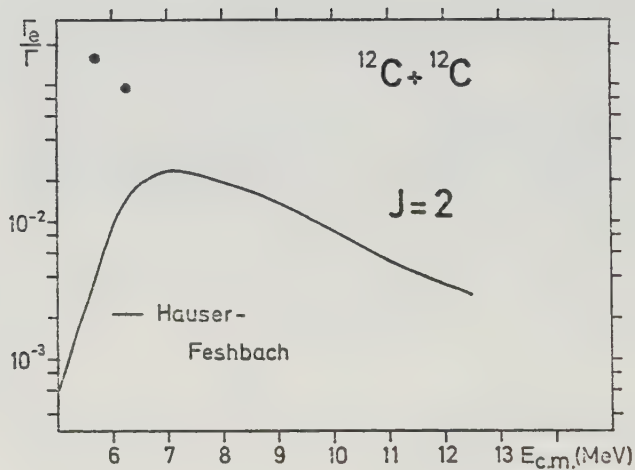


Fig 36: Experimentell bestimmtes Verhältnis Γ_e/Γ der 2^+ -Resonanzen im Vergleich zu Hauser-Feshbach-Rechnungen

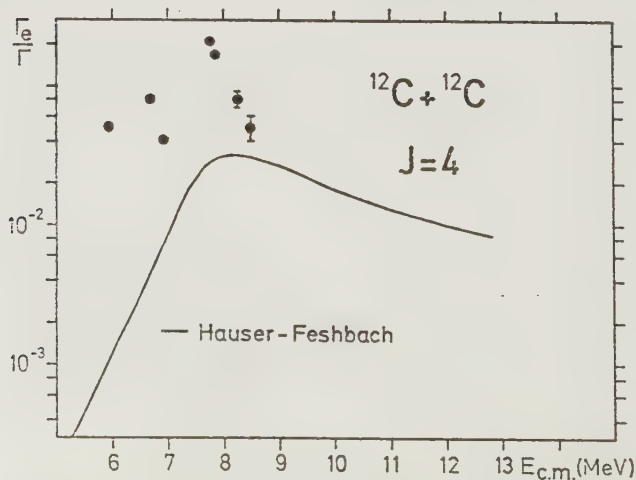


Fig 37: Experimentell bestimmtes Verhältnis Γ_e/Γ der 4^+ -Resonanzen im Vergleich zu Hauser-Feshbach-Rechnungen

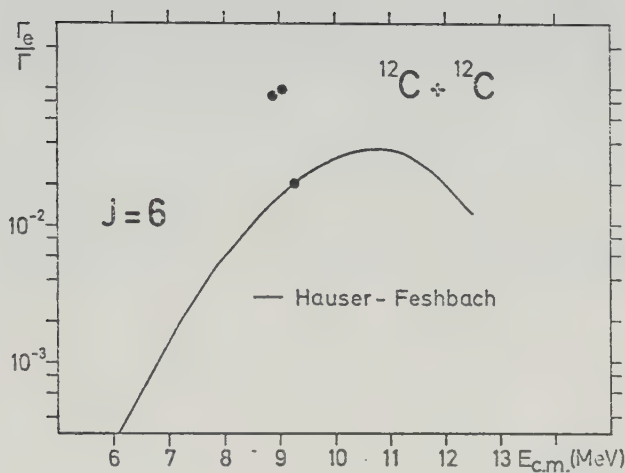


Fig. 38: Experimentell bestimmtes Verhältnis Γ_e/Γ der 6^+ -Resonanzen im Vergleich zu Hauser-Feshbach-Rechnungen

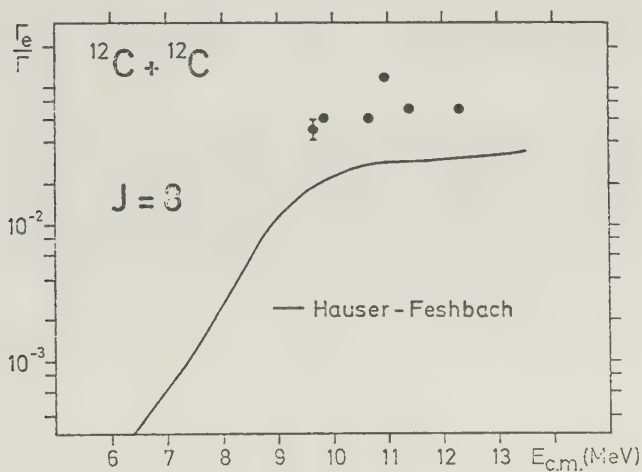


Fig. 39: Experimentell bestimmtes Verhältnis Γ_e/Γ der 8^+ -Resonanzen im Vergleich zu Hauser-Feshbach-Rechnungen

Ein weiterer Hinweis auf die Richtigkeit dieses Kernmolekülbilds sind die großen reduzierten Breiten γ_e^2

$$(4.19) \quad \Gamma_e = 2 P_\ell \gamma_e^2$$

In Figur 40 sind die zur Reduktion verwendeten Penetrabilitäten P_ℓ :

$$(4.20) \quad P_\ell = \frac{kR}{F_\ell^2(\eta, kR) + G_\ell^2(\eta, kR)}$$

gezeigt. Es wurde mit einem Kernradius $R = 7$ fm gerechnet.

Eine obere Abschätzung für die reduzierten Breiten in irgendeinem Kanal ist das Wigner-Limit γ_w^2 (vgl. z.B. Ref. 31):

$$(4.21) \quad \gamma_w^2 = \frac{\hbar^2}{\mu R^2}$$

Die Verhältnisse γ_e^2/γ_w^2 nehmen Werte bis zu 20% an (siehe Tabelle 8). Wegen einer gewissen Willkür in der Wahl des zur Reduktion verwendeten Radius R und der sehr starken Abhängigkeit der Penetrabilitäten von R ist ihre Aussagekraft nicht zu hoch zu bewerten.

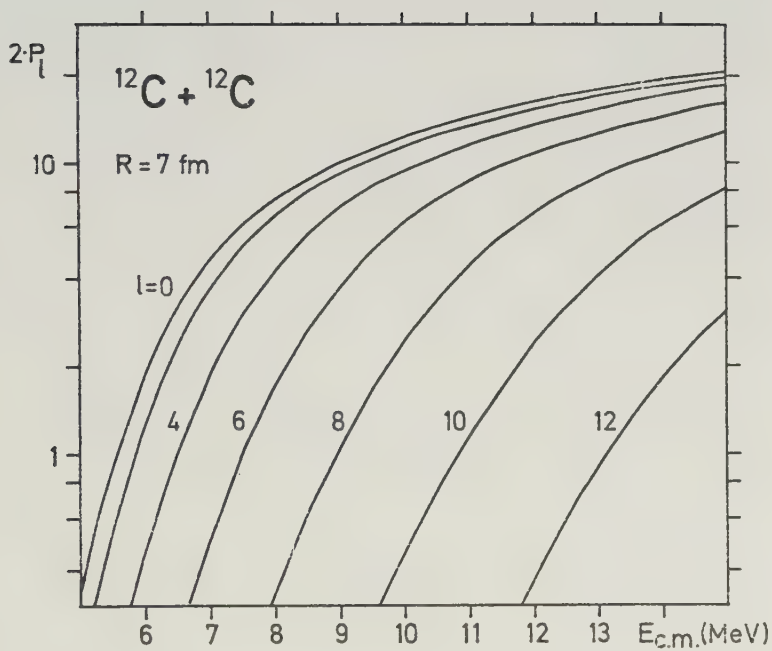


Fig. 40: Penetrabilitätskurven; vgl. (4.20)

Anhang A

Liste des Programms MANI zur Streuwinkelkorrektur

```
PROGRAM MANI(INPUT,OUTPUT,TAPE7=OUTPUT,TAPE10=INPUT,TAPE30,
+ TAPE40,TAPE50,TAPE60,TAPE70)
```

```
C
C THIS PROGRAM MANIPULATES DATA BY SHIFTING THE BEAM SPOT
C FOR MINIMUM CHISQUARED
C CODED BY WOLFGANG TREU, ERLANGEN 1979
C
```

```

DIMENSION CARD(5)
DIMENSION CORR(32)
DIMENSION ICON(13)
DIMENSION SIG(32)
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /PARA/ XARRAY(32),YARRAY(32),ZARRAY(32),TARRAY(32),
+ THEXP(32),SIGEXP(32),DEXP(32),IMOTT,SPINF,ETA,CONST
COMMON /SEAR/ N1S,N2S,N1T,N2T,Y,Z,T,TLAST,DMIN(2),DELTA(2),FP,FD
DATA ICON(1)/4HEND /,ICON(2)/4HABS /,ICON(3)/4H /
DATA ICON(4)/4HECM /,ICON(5)/4HINP /,ICON(6)/4HOUT /
DATA ICON(7)/4HPEAK/,ICON(8)/4HREAC/,ICON(9)/4HTLAB/
DATA ICON(10)/4HHORI/,ICON(11)/4HVERT/,ICON(12)/4HSEAR/
DATA ICON(13)/4HRUN /
DATA TH2S/20.0/
DATA TH2A/20.0/
DATA IVERT/0/
DATA IHORI/0/
DATA IAB/0/
DATA NRPEAK/1/
DATA KTAP1/0/
DATA KTAP2/0/
DATA ISEAR/0/
DATA NCOM/13/
DATA IONE/1/
DATA ICHK0/99/
DATA IREAC/0/
DATA EOF/-1.0/
DATA ECMHI N/0.0/,ECHMAX/1.0E100/
DATA X/1.0/
Y=0.0
Z=0.0
KINP=10
KOUT=7
FP=2.0
FD=0.1
TLAST=0.0
DMIN(1)=0.001
DMIN(2)=0.001
WRITE (KOUT,10000)
20 READ(KINP,10010) ICO,NR,IHOL,CARD
WRITE (KOUT,10020) ICO,NR,IHOL,CARD
DO 30 N=1,NCOM
  IF(ICO.EQ.ICON(N)) GO TO (100,200,300,400,500,600,700,800,900,
+ 1000,1100,1200,1300),N
30 CONTINUE
WRITE (KOUT,10030) ICO,NR,IHOL,CARD
GO TO 20
100 STOP
200 IAB=1
TH1A=CARD(1)
```

```

      IF (CARD(2).NE.0.0) TH2A=CARD(2)
300  GO TO 20
      IF (CARD(1).NE.0.0) ECMIN=CARD(1)
400  IF (CARD(2).NE.0.0) ECHMAX=CARD(2)
      GO TO 20
500  KTAP1=NR
      GO TO 20
600  KTAP2=NR
      GO TO 20
700  NRPEAK=NR
      GO TO 20
800  IREAC=1
      AP=CARD(1)
      ZP=CARD(2)
      AT=CARD(3)
      ZT=CARD(4)
      SPIN=CARD(5)
      ZZ130=1.296*ZP*ZP*ZT*ZT
      ZZ157=ZP*ZT*0.15745
      REOMAS=AP*AT/(AP+AT)
      IMOTT=0
      IF (ABS(AP-AT).GT.0.5.OR.ABS(ZP-ZT).GT.0.1) GO TO 20
      IMOTT=1
      ISP=2.0*SPIN+0.1
      SPINF=(-1.0)*ISP/(SPIN+0.5)
      GO TO 20
900  ITLAB=1
      WRITE(KOUT,10100)
      DO 910 N=1,32
      READ(KINP,10040) R,THETA,PHI,XCORR
      IF (R.EQ.0.0) GO TO 920
      TH=0.01745329252*THETA
      PH=0.01745329252*PHI
      XA=R*SIN(TH)*COS(PH)
      YA=R*SIN(TH)*SIN(PH)
      ZA=R*COS(TH)
      XARRAY(N)=XA
      YARRAY(N)=YA
      ZARRAY(N)=ZA
      TARRAY(N)=ACOS(XA/R)/0.01745329252
      CORR(N)=1.0
      IF (XCORR.NE.0.0) CORR(N)=XCORR
      WRITE(KOUT,10110) R,THETA,PHI,TARRAY(N),CORR(N)
910  CONTINUE
      GO TO 20
920  XARRAY(N)=0.0
      YARRAY(N)=0.0
      ZARRAY(N)=0.0
      TARRAY(N)=0.0
      CORR(N)=1.0
      GO TO 910
1000 IHORI=1
      Y=CARD(1)
      N1S=1
      N2S=1
      IF (IVERT.EQ.1) N2S=2
      GO TO 20

```

```

1100 IVERT=1
      Z=CARD(1)
      N1S=2
      N2S=2
      IF (IHORI.EQ.1) N1S=1
      GO TO 20
1200 ISEAR=1
      TH1S=CARD(1)
      IF (CARD(2).NE.0.0) TH2S=CARD(2)
      GO TO 20
1300 IF (MINO(IREAC,KTAP1,ITLAB).NE.0) GO TO 2005
      WRITE(KOUT,10050)
      GO TO 20
2005 WRITE(KOUT,10120)
2010 IBLOCK=0
2020 READ(KTAP1) ICHK,KTARG,ECM,IPEAK,INDEX,ISPIN,E1,E2,NEXP,
+      A1,A2,A3,A4
      IF (ICHK.EQ.ICHK0) GO TO 2050
      IF (IBLOCK.EQ.0) WRITE(KOUT,10060) KTAP1
      IBLOCK=IBLOCK+1
      IF (IBLOCK.LE.4) GO TO 2020
2030 REWIND KTAP1
2040 IF (KTAP2.EQ.0) GO TO 20
      WRITE(KTAP2) ICHK0,IONE,EOF,IONE,IONE,IONE,EOF,EOF,IONE,
+      EOF,EOF,EOF,EOF
      GO TO 20
2050 IF (ECM.LT.0.0) GO TO 2030
      READ(KTAP1) (THEXP(N),N=1,NEXP)
      READ(KTAP1) (SIGEXP(N),N=1,NEXP)
      READ(KTAP1) (DEXP(N),N=1,NEXP)
      IF (ECM.LT.ECMMIN.OR.ECM.GT.ECMHAX) GO TO 2010
      IF (IPEAK.NE.NRPEAK) GO TO 2010
      IF (ABS(A1-AP).LE.0.5.AND.ABS(A2-AT).LE.0.5) GO TO 2060
      WRITE(KOUT,10070)
      GO TO 2030
2060 CONST=ZZ130/(ECM*ECM)
      ETA=ZZ157*SQRT(REDHAS/ECM)
      DO 2080 N=1,NEXP
          TLAB=TLABF(THEXP(N))
          DO 2070 NP=N,32
              IF (ABS(TLAB-TARRAY(NP)).LE.0.5) GO TO 2090
2070      CONTINUE
          WRITE(KOUT,10080)
          STOP
2080      CONTINUE
      GO TO 2100
2090 SIGEXP(N)=SIGEXP(N)*CORR(NP)
      DEXP(N)=DEXP(N)*CORR(NP)
      GO TO 2080
2100 IF (ISEAR.EQ.0) GO TO 3000
      N1T=1
      DO 2110 N=1,NEXP
          TCM=THEXP(N)
          IF (TCM.GT.TH2S) GO TO 2120
          IF (TCM.GT.TH1S) GO TO 2110
          N1T=N
2110      CONTINUE

```

```

2120 N2T=N
      DELTA(1)=0.1
      DELTA(2)=0.1
      CALL SEARCH
3000  DO 3030 N=1,NEXP
      TLAB=TLABF(THEXP(N))
      DO 3010 NP=N,32
      IF(ABS(TLAB-TARRAY(NP)).LT.8.5) GO TO 3020
3010  CONTINUE
      WRITE(KOUT,100800)
      STOP
3020  XA=XARRAY(NP)
      YA=YARRAY(NP)-Y
      ZA=ZARRAY(NP)-Z
      TLABP=ACOS(XARRAY(N)/SQRT(XA*XA+YA*YA+ZA*ZA))/0.01745329252
      TCMF=TCMF(TLABP)
      THEXP(N)=TCMF
3030  CONTINUE
      IF(IMOTT.EQ.0) GO TO 3200
      DO 3110 N=1,NEXP
      IF(THEXP(N).GT.90.0) THEXP(N)=180.0-THEXP(N)
3110  CONTINUE
      DO 3130 N2E=1,NEXP
      N=N2E
      DO 3120 N2EP=N2E,NEXP
      IF(THEXP(N2EP).LT.THEXP(N)) N=N2EP
3120  CONTINUE
      IF(N.EQ.N2E) GO TO 3130
      X=THEXP(N)
      THEXP(N)=THEXP(N2E)
      THEXP(N2E)=X
      X=SIGEXP(N)
      SIGEXP(N)=SIGEXP(N2E)
      SIGEXP(N2E)=X
      X=DEXP(N)
      DEXP(N)=DEXP(N2E)
      DEXP(N2E)=X
3130  CONTINUE
3200  IF(IAB.EQ.0) GO TO 3300
      DO 3220 N=1,NEXP
      TH=0.0087266463*THEXP(N)
      SINTH=SIN(TH)
      SINTHS=SINTH*SINTH
      SIGMA=CONST/(SINTHS*SINTHS)
      IF(IMOTT.EQ.0) GO TO 3210
      COSTH=COS(TH)
      TANTH=SINTH/COSTH
      COSTHS=COSTH*COSTH
      SIGMA=SIGMA+CONST/(COSTHS*COSTHS)+CONST*SPINF*COS(2.0*ETA*
      +      ALOG(TANTH))/(SINTHS*COSTHS)
3210  SIG(N)=SIGMA
3220  CONTINUE
      XM=0.0
      X=0.0
      DO 3230 N=1,NEXP
      IF(THEXP(N).LT.TH1A.OR.THEXP(N).GT.TH2A) GO TO 3230
      X=X+SIG(N)/SIGEXP(N)

```

```

      XM=XM+1.8
3230  CONTINUE
      X=X/XM
      DO 3240 N=1,NEXP
        SIGEXP(N)=SIGEXP(N)*X
        DEXP(N)=DEXP(N)*X
3240  CONTINUE
3300  WRITE(KOUT,10130) ECM,X,Y,Z,T
      IF(KTAP2.EQ.0) GO TO 2010
      WRITE(KTAP2) ICHK0,KTARG,ECM,IPEAK,INDEX,ISPIN,E1,E2,NEXP,
+      A1,A2,A3,A4
      WRITE(KTAP2) (THEXP(N),N=1,NEXP)
      WRITE(KTAP2) (SIGEXP(N),N=1,NEXP)
      WRITE(KTAP2) (DEXP(N),N=1,NEXP)
      GO TO 2010
10000  FORMAT(32H1PROGRAM MANI (VERSION 03-31-79)/6H0INPUT//)
10010  FORMAT(A4,I2,A4,5F10.8)
10020  FORMAT(10X,A4,I3,1X,A4,5(1X,E11.4))
10030  FORMAT(18H0*** WRONG COMMAND/10X,A4,I3,A4,5(1X,E11.4))
10040  FORMAT(7F10.0)
10050  FORMAT(20H0*** NOT ENOUGH DATA)
10060  FORMAT(29H0*** ERROR WHILE READING FILE.I5)
10070  FORMAT(37H0*** INPUT AND FILE DATA INCONSISTENT)
10080  FORMAT(15H0*** SEEK ERROR)
10100  FORMAT(1H0,9X,6HRADIUS,10X,5HTHETA,12X,3HPHI,9X,6HTSCATT,11X,
+      4H0CORR/)
10110  FORMAT(1X,5F15.3)
10120  FORMAT(1H0,12X,3HECM,11X,4HFACT,9X,5HHORIZ.,10X,5HVERT.,10X,
+      5HSUMSQ/)
10130  FORMAT(1X,5F15.3)
      END

```

```

SUBROUTINE TEST
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /PARA/ XARRAY(32),YARRAY(32),ZARRAY(32),TARRAY(32),
+ THEXP(32),SIGEXP(32),DEXP(32),IMOTT,SPINF,ETA,CONST
COMMON /SEAR/ N1S,N2S,N1T,N2T,Y,Z,T,TLAST,DHIN(2),DELTA(2),FP,FO
XN=0.0
XB=0.0
XS=0.0
DO 40 N=N1T,N2T
  TLAB=TLABF(THEXP(N))
  DO 10 NP=N,32
    IF (ABS(TLAB-TARRAY(NP)).LT.0.5) GO TO 20
10  CONTINUE
    WRITE(KOUT,10000)
    STOP
20  XA=XARRAY(NP)
    YA=YARRAY(NP)-Y
    ZA=ZARRAY(NP)-Z
    TLABP=ACOS(XA/SQRT(XA*XA+YA*YA+ZA*ZA))/0.01745329252
    TCMF=TCMF(TLABP)
    TH=0.0087266463*TCMF
    SINTH=SIN(TH)
    SINTHS=SINTH*SINTH
    SIGMA=CONST/(SINTHS*SINTHS)
    IF(IMOTT.EQ.0) GO TO 30
    COSTH=COS(TH)
    TANTH=SINTH/COSTH
    COSTHS=COSTH*COSTH
    SIGMA=SIGMA+CONST/(COSTHS*COSTHS)+CONST*SPINF*COS(2.0*ETA*
+      ALOG(TANTH))/(SINTHS*COSTHS)
30  X=SIGEXP(N)/SIGMA
    XB=XB+X
    XS=XS+X*X
    XN=XN+1.0
40  CONTINUE
    T=0.0
    IF(XN.LT.1.0) RETURN
    T=(XS-XB*XB/XN)/XN
    RETURN
10000 FORMAT(15H0*** SEEK ERROR)
END

```

```

SUBROUTINE SEARCH
DIMENSION BPAR(2)
COMMON /PARA/ XARRAY(32),YARRAY(32),ZARRAY(32),TARRAY(32),
+             THEXP(32),SIGEXP(32),DEXP(32),IMOTT,SPINF,ETA,CONST
COMMON /SEAR/ N1S,N2S,N1T,N2T,TPAR(2),T,TLAST,DMIN(2),DELTA(2),
+             FP,FD
  ID=1
  CALL TEST
10  DO 20 N=N1S,N2S
    BPAR(N)=TPAR(N)
20  CONTINUE
30  TMIN=T
    IF(TMIN.LT.TLAST) RETURN
40  IP=1
50  IE=0
    DO 60 N=N1S,N2S
      P=TPAR(N)
      D=DELTA(N)
      TPAR(N)=P+D
      CALL TEST
      IF(T.LT.TMIN) GO TO 70
      TPAR(N)=P-D
      CALL TEST
      IF(T.LT.TMIN) GO TO 60
      TPAR(N)=P
      GO TO 80
60  DELTA(N)=-D
70  IE=1
    TMIN=T
    IF(TMIN.LT.TLAST) RETURN
80  CONTINUE
    IF(IE.EQ.0) GO TO 100
    DO 90 N=N1S,N2S
      XB=BPAR(N)
      XT=TPAR(N)
      BPAR(N)=XT
      TPAR(N)=FP*XT-XB
90  CONTINUE
    CALL TEST
    IF(T.LT.TMIN) GO TO 30
    IP=0
    GO TO 50
100 IF(IP.EQ.1) GO TO 120
    DO 110 N=N1S,N2S
      TPAR(N)=BPAR(N)
110  CONTINUE
    GO TO 40
120 ID=0
    DO 130 N=N1S,N2S
      D=DELTA(N)
      IF(ABS(D).LT.DMIN(N)) GO TO 130
      ID=1
      DELTA(N)=FD*D
130  CONTINUE
    T=TMIN
    IF(ID.EQ.1) GO TO 10
    RETURN

```

END

```
FUNCTION ACOS(X)  
ACOS=ATAN(SQRT(1.0-X*X)/X)  
RETURN  
END
```

```
FUNCTION TCMF(TLAB)
TCMF=2.0*TLAB
RETURN
END
```

```
FUNCTION TLBF(TCM)
  TLBF=0.5*TCM
  RETURN
END
```

Anhang B

Liste des Programms HOLD zur Berechnung des
Reaktionsquerschnitts aus Winkelverteilungen
der elastischen Streuung

```
PROGRAM HOLD(INPUT,OUTPUT,TAPE10=INPUT,TAPE7=OUTPUT,  
+ TAPE30,TAPE40,TAPE50,TAPE60,TAPE70,TAPE80)
```

```
BERECHNUNG DES REAKTIONSQUERSCHNITTS AUS DER  
ELASTISCHEN WINKELVERTEILUNG NACH HOLDEMAN-  
THALER
```

```
PROGRAMMIERT VON W. TREU, ERLANGEN, JULI 1976
```

```
DIE EINGABEDATEN MUEESSEN IM DUECKSCHEN FORMAT  
VORLIEGEN
```

```
DIMENSION CARD(7)  
DIMENSION RUTH(32)  
DIMENSION VAL(32)  
DIMENSION ICOM(12)  
COMMON /IO/ KINP,KOUT  
COMMON /SEAR/ NEXP,SIG(180),SIGEXP(32),THEXP(32),  
+ DEXP(32)  
COMMON /PLT/ THMIN,THMAX,DTH,NTHMAX,SIGMIN,SIGMAX  
DATA ECMIN /0.0/  
DATA IPRINT/0/  
DATA THET/0.0/  
DATA ECMAX /1.0E100/  
DATA PI/3.1415926535/  
DATA NRUTH /4HRUTH/  
DATA NMOTT /4HMOTT/  
DATA E1/0.0/  
DATA E2/0.0/  
DATA EPS/1.0E-8/  
DATA ICHK0/99/  
DATA ICOM(1)/4HINP /,ICOM(2)/4HOUT /,ICOM(3)/4HREAC/  
DATA ICOM(4)/4HEND /,ICOM(5)/4HPEAK/,ICOM(6)/4HECM /  
DATA ICOM(7)/4HTHCM/,ICOM(8)/4HTHET/,ICOM(9)/4H /  
DATA ICOM(10)/4HRUN /,ICOM(11)/4H /,ICOM(12)/4H /  
DATA INDEX/0/  
DATA IONE/1/  
DATA ISPIN/4H /  
DATA IREAC/0/  
DATA KTAP1/0/  
DATA KTAP2/0/  
DATA KTARG/0/  
DATA NEXPMA/32/  
DATA NO/4HNO /  
DATA NRPEAK/1/  
DATA RO/1.25/  
DATA ZERO/0.0/  
CA=PI/180.  
THMIN=2.0  
THMAX=90.0  
DTH=2.0  
NTHMAX=45  
KOUT=7  
KINP=10
```

```
BEARBEITUNG DER DATENKARTEN
```

```

10 NEXP=0
   WRITE(KOUT,9990)
20 READ(KINP,10000) ICO,NR,IRUN,CARD
   WRITE(KOUT,10005) ICO,NR,IRUN,CARD
      DO 30 N=1,12
         IF(ICO.EQ.ICOM(N)) GO TO (100,110,120,130,140,150,160,170,210,
+          190,210,210),N
30   CONTINUE
   WRITE(KOUT,10010) ICO,NR,IRUN,CARD
   GO TO 20

C
C   IMP KARTE
C
100 KTAP1=NR
   GO TO 20

C
C   OUT KARTE
C
110 KTAP2=NR
   GO TO 20

C
C   REAC KARTE
C
120 IREAC=1
   AP=CARD(1)
   ZP=CARD(2)
   AT=CARD(3)
   ZT=CARD(4)
   SPIN=CARD(5)
   NORM=NRUTH
   GO TO 20

C
C   END KARTE
C
130 STOP

C
C   PEAK KARTE
C
140 NRPEAK=NR
   GO TO 20

C
C   ECM KARTE
C
150 IF (CARD(1).NE.0.) ECMMIN=CARD(1)
   IF (CARD(2).NE.0.) ECMMAX=CARD(2)
   IF (CARD(3).NE.0.0) NMAX=CARD(3)+0.5
   GO TO 20

C
C   THCM KARTE
C
160 THMIN=CARD(1)
   THMAX=CARD(2)
   DTH=CARD(3)
   NTHMAX=(THMAX-THMIN)/DTH+1.5
   IF (CARD(4).NE.0.0) NTXX1=CARD(4)+0.5
   IF (CARD(5).NE.0.0) NTX2=CARD(5)+0.5
   GO TO 20

```

```

C
C      THET KARTE
C
170 PHASE=CARD(1)
   GO TO 20
C
C      210 GO TO 20
C
C      BEGIN DER RECHNUNG
C
310 WRITE(KOUT,10020)
   GO TO 10
C
C
190 IF(MIN0(KTAP1,IREAC).EQ.0) GO TO 310
420 READ(KTAP1) ICHK,KTARG,ECM,IPEAK,INDEX,ISPIN,E1,E2,NEXP,
+      A1,A2,A3,A4
   IF(ECM.LT.0.0) GO TO 460
   READ(KTAP1) (THEXP(N),N=1,NEXP)
   READ(KTAP1) (SIGEXP(N),N=1,NEXP)
   READ(KTAP1) (DEXP(N),N=1,NEXP)
   IF(ECM.LT.ECMMIN.OR.ECM.GT.ECMMAX) GO TO 420
   IF(IPEAK.NE.NRPEAK) GO TO 420
   IF(ABS(A1-AP).LT.EPS.AND.ABS(A2-AT).LT.EPS) GO TO 500
   WRITE(KOUT,10040)
460 REWIND KTAP1
   GO TO 10
C
C      BERECHNUNG DER AUSGANGSGROESSEN
C
500 REDMAS=AP*AT/(AP+AT)
   AK=0.2187*SQRT(REDMAS*ECM)
   ETA=0.15745*SQRT(REDMAS/ECM)*ZP*ZT
   CONST=1.296*ZP*ZP*ZT*ZT/(ECM*ECM)
   IF(KTAP2.EQ.0) GOTO 501
   WRITE(KOUT,10045) AP,ZP,AT,ZT,SPIN,ECM,AK,ETA
501 JP2=1
   ISP=2.0*SPIN+0.1
   SPINF=(-1.0)**ISP/(SPIN+0.5)
   IF(ABS(AP-AT).LT.0.1.AND.ABS(ZP-ZT).LT.EPS) JP2=MIN0(3,ISP+2)
   IF(JP2.NE.1) NORM=NMOTT
   IF(JP2.EQ.1) STOP
C
C      IDENTISCHE TEILCHEN
C
   IF(PHASE.NE.0.0) THET=2.0*ATAN(EXP(-PHASE*PI/(2.0*ETA)))
   THET=THET/CA
C      AUSDRUCK DER BERECHNETEN DATEN
C
   IF(KTAP2.NE.0) WRITE(KOUT,10050) NORM
   DO 900 M=1,NEXP
     TH=CA*THEXP(M)
     TH2=TH*0.5
     SINTH=SIN(TH2)
     SINTHS=SINTH*SINTH

```

```

      RUTH(N)=CONST/(SINTHS*SINTHS)
      COSTH=COS(TH2)
      TANTH=SINTH/COSTH
      COSTHS=COSTH*COSTH
      RUTH(N)=RUTH(N)+CONST/(COSTHS*COSTHS)+CONST*SPINF*
+      COS(2.0*ETA*ALOG(TANTH))/(SINTHS*COSTHS)
      VAL(N)=(RUTH(N)-SIGEXP(N))*SIN(TH)
900  CONTINUE
C
C  INTEGRATION DER DIFFERENZ VON COULOMB- UND
C  GEMESSENEM WIRKUNGSQUERSCHNITT
C
C  ERSTES STUECK DES INTEGRALS BEI 90 GRAD
C
      S=(90.-THEXP(NEXP))*VAL(NEXP)
      T=0.5*VAL(1)*THET*THET/THEXP(1)
      JUMP=1
      I=NEXP
1000 IF(THET.GT.THEXP(I)) GOTO 1100
1001 S=S+0.5*(THEXP(I)-THEXP(I-1))*(VAL(I)+VAL(I-1))
      IF(KTAP2.EQ.0) GOTO 1002
      SIGRER=SIGEXP(I)/RUTH(I)
      DEXPRE=DEXP(I)/RUTH(I)
      SUMX=S*2.0*CA*PI
      WRITE(KOUT,1006) THEXP(I),SIGEXP(I),DEXP(I),RUTH(I),SIGRER,
+      DEXPRE,SUMX
1002 I=I-1
      IF(I.GT.1) GOTO (1000,1001),JUMP
      IF(KTAP2.EQ.0) GOTO 1003
      SUMX=S*2.0*PI*CA
      SIGRER=SIGEXP(1)/RUTH(1)
      DEXPRE=DEXP(1)/RUTH(1)
      WRITE(KOUT,1006) THEXP(1),SIGEXP(1),DEXP(1),RUTH(1),SIGRER,
+      DEXPRE,SUMX
1003 T=T*2.0*PI*CA
      S=S+0.5*THEXP(1)*VAL(1)
      IF(IPRINT.EQ.0) WRITE(KOUT,10085)
      IPRINT=1
      WRITE(KOUT,10090) ECM,THET,T
      IF(KTAP2.EQ.0) GOTO 420
      SIGMIN=1.E100
      SIGMAX=0.0
      DO 1030 N=1,NTHMAX
      SIG(N)=1.E100
      IF(N.GT.NEXP) GOTO 1030
      SIGEXP(N)=SIGEXP(N)/RUTH(N)
      SIGMAX=AMAX1(SIGMAX,SIGEXP(N))
      SIGMIN=AMIN1(SIGMIN,SIGEXP(N))
1030  CONTINUE
      SIGMAX=1.2*SIGMAX
      SIGMIN=0.8*SIGMIN
      CALL PLOT
      IPRINT=0
1040 GO TO 420
1100 JUMP=2
      T=(90.0-THET)*VAL(NEXP)
      IF(I.EQ.NEXP) GOTO 1001

```

```
T=S+(THEXP(I)-THET)*VAL(I)
GOTO 1001
9990 FORMAT(48H1HOLDENMAN-THALER PROGRAM HOLD (VERSION 03-16-79)/
+          25H IDENTICAL PARTICLES ONLY/
+          6H0INPUT//)
10000 FORMAT(A4,I2,A4,7F10.0)
10005 FORMAT(1H ,A4,1X,I2,1X,A4,7(1X,E11.4))
10010 FORMAT(1H0,10(1H*),14H WRONG COMMAND/1H ,A4,1X,I2,1X,A4,
+          10(1X,E11.4))
10020 FORMAT(1H0,10(1H*),22H NOT ENOUGH INPUT DATA)
10030 FORMAT(1H0,10(1H*),26H ERROR WHILE READING FILE ,I2)
10040 FORMAT(1H0,10(1H*),33H INPUT AND FILE DATA INCONSISTENT)
10045 FORMAT(20H0REACTION PARAMETERS,8X,2HAP,8X,2HZP,8X,2HAT,8X,2HZZ,
+          6X,4HSPIN,7X,3HECH,9X,1HK,7X,3HETA/
+          1H0,19X,8F10.3)
10050 FORMAT(14H0CROSS SECTION/
+          1H0,4X,5HTHETA,7X,3HEXP,6X,4HDEXP,6X,
+          A4,6X,4HEXP,5X,5HDEXP,7X,3HSUM,6X,
+          /1X)
10060 FORMAT(1X,F9.1,10E10.3)
10080 FORMAT(1H ,19X,I10,5X,3(F10.5,5X),F10.1)
10085 FORMAT(1H0,6X,3HECH,6X,6HCUTOFF,4X,22HREACTION CROSS SECTION/1H0
10090 FORMAT(1X,F9.3,F10.1,10X,E10.4)
END
```

```
SUBROUTINE PLOT
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /PLT/ THMIN,THMAX,DTH,NTHMAX,SIGMIN,SIGMAX
COMMON /SEAR/ NEXP,SIG(188),SIGEXP(32),THEXP(32),
+ DEXP(32)
```

```
PLOT PROGRAMM ZUR DARSTELLUNG VON NEXP EXPERIMENTELLEN
DATEN SIGEXP AN DEN STELLEN THEXP
ZUSAMMEN MIT EINER AEQUIDISTANT BERECHNETEN KURVE
SIG AN DEN STELLEN THMIN,THMAX,(DTH) (NTHMAX PUNKTE)
DER MASSTAB WIRD DURCH SIGMIN UND SIGMAX BESTIMMT
```

```
PROGRAMMIERT VON P. DUECK, ERLANGEN, JULI 1975
```

```
DIMENSION LINE(60)
DATA IBLANK /1H /
DATA ICH1,ICH2,ICH3,ICH4 /1H1,1H*,1HX,1HO/
IPOINT(Y)=(ALOG10(Y)-YMIN)/DY+1.5
YMIN=ALOG10(SIGMIN)
YMAX=ALOG10(SIGMAX)
DY=(YMAX-YMIN)/59.8
DTHH=0.5*DTH
DO 10 I=1,60
  LINE(I)=IBLANK
10 CONTINUE
MD=MAX1(10.0*DY+0.5,1.0)
DM=MD
YM=AIN(T(YMIN)
20 IM=(YM-YMIN)/DY+1.5
IF(IM.GT.60) GO TO 30
IF(IM.GE.1) LINE(IM)=ICH1
YM=YM+DM
GO TO 20
30 MAXM=YM-DM+0.5
WRITE(KOUT,10000) MD,MAXM,LINE
WRITE(KOUT,10010)
THLIM=THMIN-DTHH
NE=1
40 IF(THEXP(NE).GE.TH LIM) GO TO 50
NE=NE+1
IF(NE.LE.NEXP) GO TO 40
50 TH=THMIN
DO 100 N=1,NTHMAX
  DO 60 I=1,60
    LINE(I)=IBLANK
60 CONTINUE
  ITH=IPOINT(SIG(N))
  IF(ITH.GE.1.AND.ITH.LE.60) LINE(ITH)=ICH2
  THLIM=TH+DTHH
70 IF(NE.GE.NEXP) GO TO 90
IF(THEXP(NE).GE.TH LIM) GO TO 90
IE=IPOINT(SIGEXP(NE))
IF(IE.LT.1.OR.IE.GT.60) GO TO 80
LINE(IE)=ICH3
IF(IE.EQ.ITH) LINE(IE)=ICH4
80 NE=NE+1
GO TO 70
```

```
98  WRITE(KOUT,10020) TH,LINE  
    TH=TH+DTH  
    IF(TH.GT.THMAX) GO TO 110  
100  CONTINUE  
110  WRITE(KOUT,10010)  
     WRITE(KOUT,10030) SIGMIN,SIGMAX  
     RETURN  
10000 FORMAT(1H0,I2,25H DECADE(S) BETWEEN MARKS,,30X,4H10** ,I2//  
+        6H0THETA,3X,60A1)  
10010 FORMAT(8X,62(1H.))  
10020 FORMAT(1X,F5.1,2X,1H.,60A1,1H.)  
10030 FORMAT(1H0,8X,E10.3,41X,E10.3)  
     END
```

Anhang C

Liste des Programms PART zur Partialwellenanalyse der Streudaten identischer Teilchen

PROGRAM PART(INPUT,OUTPUT,TAPE10=INPUT,TAPE7=OUTPUT,
+ TAPE30,TAPE40,TAPE50,TAPE60,TAPE70,TAPE80)

BERECHNUNG DES REAKTIONSQVERSCHNITTS AUS DER
ELASTISCHEN WINKELVERTEILUNG NACH HOLDEMAN-
THALER

PROGRAMMIERT VON W. TREU, ERLANGEN, JULI 1976

DIE EINGABEDATEN MUEESSEN IM DUECKSCHEN FORMAT
VORLIEGEN

DIMENSION CARD(7)
DIMENSION RUTH(32)
DIMENSION ICOM(12)
DIMENSION S(13),S1(13),S2(13)
C DIMENSION VON S IST LMAX+1
DIMENSION SCOUT(25)
C DIMENSION VON SCOUT IST 2*LMAX+1
COMPLEX A
COMPLEX CSUM
COMPLEX CX
COMPLEX FCP
COMPLEX S,S1,S2
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /ALPHA/ A(13,32),FCP(32),FACTOR,SH,SP,LMP1,DL,
+ NTX1,NTX2
COMMON /BETA/ TLAST,FP,FD,DELTA(27),DMIN(27)
COMMON /SEAR/ T,NEXP,TPAR(27),SIG(100),SIGEXP(32),THEXP(32),
+ DEXP(32),NMAX,NPAR1,NPAR2
C DIMENSION VON A IST (LMAX+1)*NEXP
COMMON /PLT/ THMIN,THMAX,OTH,NTHMAX,SIGMIN,SIGMAX
C DIMENSION VON IPAR UND TPAR IST 2*LMAX+3
EQUIVALENCE(S(1),TPAR(1))
DATA ECHMIN /0.0/
DATA ECHMAX /1.0E100/
DATA PI/3.1415926535/
DATA NRUTH /4HRUTH/
DATA NMOTT /4HMOTT/
DATA E1/0.0/
DATA E2/0.0/
DATA EPS/1.0E-8/
DATA IL/0/
DATA ISET/0/
DATA ICHK0/99/
DATA ICOM(1)/4HINP /,ICOM(2)/4HOUT /,ICOM(3)/4HREAC/
DATA ICOM(4)/4HEND /,ICOM(5)/4HPEAK/,ICOM(6)/4HECM /
DATA ICOM(7)/4HTHCM/,ICOM(8)/4HR0 /,ICOM(9)/4HL /
DATA ICOM(10)/4HRUN /,ICOM(11)/4HSET /,ICOM(12)/4H /
DATA INDEX/0/
DATA IONE/1/
DATA ISPIN/4H /
DATA IREAC/0/
DATA KTAP1/0/
DATA KTAP2/0/
DATA KTARG/0/
DATA NEXPMA/32/

```

DATA NO/4HNO /
DATA NPARMA/26/
C NPARMA IS 2*LAX+1
DATA NRPEAK/1/
DATA RO/1.25/
DATA ZERO/0.0/
CA=PI/180.
FP=2.0
FD=0.1
TLAST=100.0
DO 1 N=1,27
  OMIN(N)=0.0001
1 CONTINUE
NTXX1=1
THMIN=2.0
THMAX=90.0
DTH=2.0
NTHMAX=45
NMAX=100
KOUT=7
KINP=10

C
C
C BEARBEITUNG DER DATENKARTEN

10 NEXP=0
WRITE(KOUT,9990)
20 READ(KINP,10000) ICO,NR,IRUN,CARD
WRITE(KOUT,10005) ICO,NR,IRUN,CARD
DO 30 N=1,12
  IF(ICO.EQ.ICOM(N)) GO TO (100,110,120,130,140,150,160,170,180,
+ 190,200,210),N
30 CONTINUE
WRITE(KOUT,10010) ICO,NR,IRUN,CARD
GO TO 20

C
C
C INP KARTE

100 KTAP1=NR
GO TO 20

C
C
C OUT KARTE

110 KTAP2=NR
GO TO 20

C
C
C REAC KARTE

120 IREAC=1
AP=CARD(1)
ZP=CARD(2)
AT=CARD(3)
ZT=CARD(4)
SPIN=CARD(5)
NORM=NRUTH
GO TO 20

C
C
C END KARTE

```

```

C
130 IF(KTAP2.EQ.0) GO TO 135
    ECM=-1.0
    WRITE(KTAP2) ICHK0,KTARG,ECM,KTARG,KTARG,KTARG,ECM,ECM,KTARG,
+          ECM,ECM,ECM,ECM
135 STOP
C
C    PEAK KARTE
C
140 NRPEAK=NR
    GO TO 20
C
C    ECM KARTE
C
150 IF(CARD(1).NE.0.) ECMHIN=CARD(1)
    IF(CARD(2).NE.0.) ECMHMAX=CARD(2)
    IF(CARD(3).NE.0.0) NMAX=CARD(3)+0.5
    GO TO 20
C
C    THCN KARTE
C
160 THMIN=CARD(1)
    THMAX=CARD(2)
    DTH=CARD(3)
    NTHMAX=(THMAX-THMIN)/DTH+1.5
    IF(CARD(4).NE.0.0) NTXX1=CARD(4)+0.5
    IF(CARD(5).NE.0.0) NTX2=CARD(5)+0.5
    GO TO 20
C
C    R0 KARTE
C
170 R0=CARD(1)
    GO TO 20
C
C    L KARTE
C
180 IL=1
    NPAR1=CARD(1)+1.5
    NPAR2=CARD(2)+2.5
    GO TO 20
200 ISET=1
    READ(KINP,10100) S1
    READ(KINP,10100) S2
    GO TO 20
C
C
210 GO TO 20
C
C    BEGIN DER RECHNUNG
C
310 WRITE(KOUT,10(20)
    GO TO 10
C
C
190 IF(MIN0(KTAP1,IREAC).EQ.0) GO TO 310
420 READ(KTAP1) ICHK,KTARG,ECM,IPEAK,INDEX,ISPIN,E1,E2,NEXP,
+          A1,A2,A3,A4

```

```

IF (ECM.LT.0.0) GO TO 460
READ(KTAP1) (THEXP(N),N=1,NEXP)
READ(KTAP1) (SIGEXP(N),N=1,NEXP)
READ(KTAP1) (DEXP(N),N=1,NEXP)
IF (ECM.LT.ECMHIN.OR.ECM.GT.ECMHAX) GO TO 420
IF (IPEAK.NE.NRPEAK) GO TO 420
IF (ABS(A1-API).LT.EPS.AND.ABS(A2-AT).LT.EPS) GO TO 500
WRITE(KOUT,10040)

```

```

460 REWIND KTAP1
GO TO 10

```

C
C
C BERECHNUNG DER AUSGANGSGROESSEN

```

500 REDMAS=AP*AT/(AP+AT)
AK=0.2187*SQRT (REDMAS*ECM)
ETA=0.15745*SQRT (REDMAS/ECM)*ZP*ZT
CONST=1.296*ZP*ZP*ZT*ZT/(ECM*ECM)
ETA2=ETA*ETA
ETA1=ETA2+16.0
ETA12=ETA1*ETA1
SCOUL(1)=-ETA+0.5*ETA*ALOG(ETA1)+3.5*ATAN(0.25*ETA)-
+           (ATAN(ETA)+ATAN(0.5*ETA)+ATAN(ETA/3.0))-
+           ETA*(1.0+(ETA2-48.0)/(30.0*ETA12)+
+           (ETA2*ETA2-160.0*ETA2+1280.0)/(105.0*ETA12*ETA12))/
+           (12.0*ETA1)
R=R0*(AP**0.33333333+AT**0.33333333)
LMAXP1=AK*R+1.5
LMAX=LMAXP1-1
WRITE(KOUT,10045) AP,ZP,AT,ZT,SPIN,ECM,AK,ETA,LMAX
FACTOR=2.5/(AK*AK)
PIAKAK=12.5663706*FACTOR
JP2=1
ISP=2.0*SPIN+0.1
SPINF=(-1.0)**ISP/(SPIN+0.5)
IF (ABS(AP-AT).LT.0.1.AND.ABS(ZP-ZT).LT.EPS) JP2=MIN0(3,ISP+2)
IF (JP2.NE.1) NORM=NMOTT
IF (JP2.NE.2) STOP

```

C
C
C IDENTISCHE SPIN 0 TEILCHEN

```

700 DL=2.0
LMAXP1=(LMAXP1/2)*2+1
LMP1=(LMAXP1+1)/2
IF (IL.EQ.0) NPAR2=LMAXP1+1
IF (NPAR2.GT.NPARMA) STOP 2
IF (ISET.GT.1) GO TO 800
DO 701 LP1=1,13
S(LP1)=(1.0,0.0)
701 CONTINUE
DO 702 N=1,NPAR2
TPAR(N)=0.
702 CONTINUE
703 ISET=2
IF (ISET.GT.0) GO TO 800
DELT=(ECM-ECMHIN)/(ECMHAX-ECMHIN)
DO 710 LP1=1,13
S(LP1)=S1(LP1)+DELT*(S2(LP1)-S1(LP1))

```

```

710  CONTINUE
C
C  BERECHNUNG DER COULOMSTREUPHASEN
C
800  AL=0.0
      DO 810 LP1=2,LMAXP1
        AL=AL+1.0
        SCUL(LP1)=SCUL(LP1-1)+ATAN(ETA/AL)
810  CONTINUE
C
C  BERECHNUNG DER COULOMBSTREUAMPLITUDE (MOTT FALL)
C
      DO 870 N=1,NEXP
        TH=THXP(N)*0.81745329252
        TH2=TH*0.5
        JP3=1
        X=SIGN(TH2)
        XP=SCUL(1)+0.78539816
820  ARG=2.0*(XP-ETA*ALOG(X))
        Y=-ETA/(X*X)
        CX=CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))*Y
        GO TO (830,840),JP3
830  FCP(N)=CX
        JP3=2
        X=COS(TH2)
        GO TO 820
840  FCP(N)=FCP(N)+CX
C
C  BERECHNUNG DER KONSTANTEN GROESSEN
C  (2L+1)*EXP(2*I*SIGMA(L))*P L(THETA)
C  FUER DEN SPAETEREN SEARCH
C
      COSTH=COS(TH)
      PLM1=0.0
      PL=1.0
      C1=0.0
      C2=1.0
      C3=1.0
      LPP=0
      IFEVEN=1
      DO 860 LP1=1,LMAXP1
        PLP1=(C2*COSTH*PL-C1*PLM1)/C3
        IF(IFEVEN.EQ.-1) GO TO 850
        ARG=2.0*SCUL(LP1)
        LPP=LPP+1
        A(LPP,N)=CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))*C2*PL
850  IFEVEN=-IFEVEN
        C1=C3
        C2=C2+2.0
        C3=C3+1.0
        PLM1=PL
        PL=PLP1
860  CONTINUE
870  CONTINUE
      DO 880 N=1,NPARMA
        DELTA(N)=0.1
880  CONTINUE

```

```
NTX1=NTXX1
CALL SEARCH
NTX1=1
CALL TEST
```

C
C
C

AUSDRUCK DER BERECHNETEN DATEN

```
T=T/LOAT(NEXP-NTXX1+1)
DO 900 N=1,NEXP
TH=0.0007266463*THEXP(N)
SINTH=SIN(TH)
SINTHS=SINTH*SINTH
RUTH(N)=CONST/(SINTHS*SINTHS)
COSTH=COS(TH)
TANTH=SINTH/COSTH
COSTHS=COSTH*COSTH
RUTH(N)=RUTH(N)+CONST/(COSTHS*COSTHS)+CONST*SPINF*
COS(2.0*ETA*ALOG(TANTH))/(SINTHS*COSTHS)
```

```
+
900 CONTINUE
WRITE(KOUT,10070)
C1=1.0
SUMG=0.0
CSUM=(0.0,0.0)
DO 930 LP1=1,LMP1
L=LP1-1
L=2*L
SIL=AIMAG(S(LP1))
SRL=REAL(S(LP1))
SABS=SQRT(SRL*SRL+SIL*SIL)
SDEL=90.0
IF(ABS(SRL).LT.1.0E-20) GO TO 906
SDEL=ATAN(SIL/SRL)*57.29578
IF(SRL.GE.0.0) GO TO 905
SDEL=SDEL+180.0
GO TO 906
905 IF(SIL.LT.0.0) SDEL=SDEL+360.0
906 WRITE(KOUT,10080) L,SRL,SIL,SABS,SDEL
X=C1*(1.0-SABS*SABS)
SUMG=SUMG+X
ARG=2.0*SCOU(L+1)
CSUP=CSUM+C1*(S(LP1)-1.0)*CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))
C1=C1+4.
930 CONTINUE
SIGABS=2.0*PIAKAK*SUMG
CSUM=-2.0*CSUM/AK
WRITE(KOUT,10090) SIGABS,CSUM
WRITE(KOUT,10050) T,NORM
ARG3=-2.0*SCOU(1)
ETATH=2.0*ETA
```

C
C
C
C
C
C

INTEGRATION DER DIFFERENZ VON COULOMB- UND
GEMESSENEM WIRKUNGSQUERSCHNITT

ERSTES STUECK DES INTEGRALS BEI 90 GRAD

```
THF=0.5*(90.0+THEXP(NEXP))
DTHP=(90.0-THF)*SIN(CA*THEXP(NEXP))
```

```
SUM=DTHP*(RUTH(NEXP)-SIGEXP(NEXP))
DSUM=DTHP*DEXP(NEXP)
DO 3142 N=1,NEXP
  NP=NEXP-N+1
  NP1=NP+1
  IF(NP.EQ.NEXP) GO TO 3143
```

```
IRGEND EIN STUECK DES INTEGRALS ZWISCHEN
OBERER UND UNTERER GRENZE
```

```
T=0.5*(THEXP(NP1)+THEXP(NP1))
DTHP=(THF-T)*SIN(CA*THEXP(NP1))
THF=T
SUM=SUM+DTHP*(RUTH(NP1)-SIGEXP(NP1))
DSUM=DSUM+DTHP*DEXP(NP1)
```

```
REST DES INTEGRALS BEI DER VORWAERTIGEN GRENZE
DIESES STUECK WIRD NICHT AUFSUMMIERT, WEIL ES
FUER DIE WEITEREN INTEGRALE STOERT
```

```
3143 DTHP=(THF-THEXP(NP))*SIN(CA*THEXP(NP))
      SUMX=SUM+DTHP*(RUTH(NP)-SIGEXP(NP))
      DSUMX=DSUM+DTHP*DEXP(NP)
      SUMX=SUMX*2.*PI*CA
      DSUMX=DSUMX*2.*PI*CA
      TH=THEXP(NP)*0.008726646
      SINTH=SIN(TH)
      SINTHS=SINTH*SINTH
      COSTH=COS(TH)
      ARG1=ARG3+ETATW*ALOG(SINTH)
      ARG2=ARG3+ETATW*ALOG(COSTH)
      SUMCOR=AIMAG(CSUM*(CMPLX(COS(ARG1),SIN(ARG1))-
+      CMPLX(COS(ARG2),SIN(ARG2))+
+      CMPLX(COS(ARG3),SIN(ARG3))))
+      SUMCOR=40.8*PI*(SUMCOR/AK-REAL(CSUM*CONJG(CSUM))*
+      SINTHS)
      SUM1=SUMX+SUMCOR
      SIGRER=SIGEXP(NP)/RUTH(NP)
      DEXPR=DEXP(NP)/RUTH(NP)
      SIGR=SIG(NP)/RUTH(NP)
      WRITE(KOUT,10060) THEXP(NP),SIGEXP(NP),DEXP(NP),SIG(NP),
+      RUTH(NP),SIGRER,DEXPR,SIGR,SUMX,DSUMX,SUM1
```

```
3142 CONTINUE
```

```
BERECHNUNG DER DURCH PARTIALWELLENANALYSE
GEFUNDENEN WINKELVERTEILUNG FUER DEN PLOT
```

```
NEXPP=NEXP
THEXPP=THEXP(1)
XP=SCOU(1)+0.78539816
NEXP=1
THETA=THMIN
SIGMIN=1.0E100
SIGMAX=0.0
DO 2070 N=1,NTHMAX
  TH=THETA*0.01745329252
  THEXP(1)=THETA
```

```

TH2=0.5*TH
SIN TH=SIN(TH2)
SINTHS=SINTH*SINTH
ARG=2.0*(XP-ETA*ALOG(SINTH))
CX=-CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))*ETA/SINTHS
FCP(1)=CX
COUL=CONST/(SINTHS*SINTHS)
COSTH=COS(TH2)
COSTHS=COSTH*COSTH
ARG=2.0*(XP-ETA*ALOG(COSTH))
CX=-CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))*ETA/COSTHS
FCP(1)=FCP(1)+CX
TANTH=SINTH/COSTH
COUL=COUL+CONST/(COSTHS*COSTHS)+CONST*SPINF*COS(2.0*
+   ETA*ALOG(TANTH))/(SINTHS*COSTHS)
COSTH=COS(TH)
PLM1=0.0
PL=1.0
C1=0.0
C2=1.0
C3=1.0
LPP=0
IFEVEN=1
  DO 2060 LP1=1,LMAXP1
    PLP1=(C2*COSTH*PL-C1*PLM1)/C3
    IF(IFEVEN.EQ.-1) GO TO 2030
    ARG=2.0*SCOUL(LP1)
    LPP=LPP+1
    A(LPP,1)=CMPLX(COS(ARG),SIN(ARG))*C2*PL
2030   IFEVEN=-IFEVEN
    C1=C3
    C2=C2+2.0
    C3=C3+1.0
    PLM1=PL
    PL=PLP1
2060   CONTINUE
  CALL TEST
  IF(N.EQ.1) SIGMA=SIG(1)/COUL
  SIG(N)=SIG(1)/COUL
  THETA=THETA+DTH
  IF(SIG(N).GT.SIGMAX) SIGMAX=SIG(N)
  IF(SIG(N).LT.SIGMIN) SIGMIN=SIG(N)
2070   CONTINUE
  SIG(1)=SIGMA
  NEXP=NEXPP
  THEXP(1)=THEXPP
  DO 2080 N=1,NEXP
    SIGEXP(N)=SIGEXP(N)/RUTH(N)
2080   CONTINUE
  SIGMAX=1.2*SIGMAX
  SIGMIN=0.8*SIGMIN
  CALL PLOT

C
C   AUSSCHREIBEN DER HOLDEMAN THALER INTEGRALE
C   MIT VERSCHIEDENEN GRENZEN
C
  IF(KTAP2.EQ.0) GO TO 1040

```

```

WRITE(KTAP2) ICHK0,KTARG,ECH,NRPEAK,INDEX,ISP IN,E1,E2,IONE,
+      AP,AT,AP,AT
WRITE(KTAP2) ZERO
WRITE(KTAP2) SIGABS
WRITE(KTAP2) ZERO
1040 GO TO 420
9990 FORMAT(54H1PARTIAL WAVE ANALYSIS PROGRAM PART (VERSION 03-16-79
+      35H IDENTICAL SPIN ZERO PARTICLES ONLY/
+      6H0INPUT//)
10000 FORMAT(A4,I2,A4,7F10.0)
10005 FORMAT(1H ,A4,1X,I2,1X,A4,7(1X,E11.4))
10010 FORMAT(1H0,10(1H*),14H WRONG COMMAND/1H ,A4,1X,I2,1X,A4,
+      10(1X,E11.4))
10020 FORMAT(1H0,10(1H*),22H NOT ENOUGH INPUT DATA)
10030 FORMAT(1H0,10(1H*),26H ERROR WHILE READING FILE ,I2)
10035 FORMAT(1H0,10(1H*),7H LMAX =,I5,10H TOO LARGE)
10040 FORMAT(1H0,10(1H*),33H INPUT AND FILE DATA INCONSISTENT)
10045 FORMAT(20H0REACTION PARAMETERS,8X,2HAP,8X,2HZP,8X,2HAT,8X,2HZT,
+      6X,4HSPIN,7X,3HECH,9X,1HK,7X,3HETA,
+      6X,4HLMAX/1H0,19X,8F10.3,I10)
10050 FORMAT(14H0CROSS SECTION,10X,9HCHI**2 = ,E11.4/
+      1H0,4X,5HTHETA,7X,3HEXP,6X,4HDEXP,6X,4HTHEO,6X,
+      A4,6X,4HEXPN,5X,5HDEXPN,5X,5HTHEON,7X,3HSUM,6X,
+      4HDSUM,4X,6HSUMCOR/1X)
10060 FORMAT(1X,F9.1,10E10.3)
10070 FORMAT(9H0S MATRIX,20X,1HL,10X,5HRE SL,10X,5HIM SL,9X,6HABS SL,
+      7X,8HDELTA SL/1H )
10080 FORMAT(1H ,19X,I10,5X,3(F10.5,5X),F10.1)
10090 FORMAT(25H0ABSORPTION CROSS SECTION,14X,6HSIGABS,10X,
+      10HF(0)+F(PI)/1H0,29X,3E15.3)
10100 FORMAT(2F10.0)
      END

```

```
SUBROUTINE PLOT
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /PLT/ THMIN,THMAX,OTH,NTHMAX,SIGMIN,SIGMAX
COMMON /SEAR/ T,NEXP,TPAR(27),SIG(100),SIGEXP(32),THEXP(32),
+ DEXP(32),NMAX,NPAR1,NPAR2
```

PLOT PROGRAMM ZUR DARSTELLUNG VON NEXP EXPERIMENTELLEN
DATEN SIGEXP AN DEN STELLEN THEXP
ZUSAMMEN MIT EINER AEQUIDISTANT BERECHNETEN KURVE
SIG AN DEN STELLEN THMIN,THMAX,(OTH) (NTHMAX PUNKTE)
DER MASSTAB WIRD DURCH SIGMIN UND SIGMAX BESTIMMT

PROGRAMMIERT VON P. DUECK, ERLANGEN, JULI 1975

```
DIMENSION LINE(60)
DATA IBLANK /1H /
DATA ICH1,ICH2,ICH3,ICH4 /1H1,1H*,1HX,1H0/
IPOINT(Y)=(ALOG10(Y)-YMIN)/DY+1.5
YMIN=ALOG10(SIGMIN)
YMAX=ALOG10(SIGMAX)
DY=(YMAX-YMIN)/59.0
OTHH=0.5*OTH
DO 10 I=1,60
  LINE(I)=IBLANK
10 CONTINUE
MD=MAX1(10.0*DY+0.5,1.0)
DM=MD
YM=AINT(YMIN)
20 IM=(YM-YMIN)/DY+1.5
IF(IM.GT.60) GO TO 30
IF(IM.GE.1) LINE(IM)=ICH1
YM=YM+DM
GO TO 20
30 MAXM=YM-DM+0.5
WRITE(KOUT,10000) MD,MAXM,LINE
WRITE(KOUT,10010)
THLIN=THMIN-OTHH
NE=1
40 IF(THEXP(NE).GE.THLIN) GO TO 50
NE=NE+1
IF(NE.LE.NEXP) GO TO 40
50 TH=THMIN
DO 100 N=1,NTHMAX
DO 60 I=1,60
  LINE(I)=IBLANK
60 CONTINUE
  ITH=IPOINT(SIG(N))
  IF(ITH.GE.1.AND.ITH.LE.60) LINE(ITH)=ICH2
  THLIN=TH+OTHH
70 IF(NE.GE.NEXP) GO TO 90
  IF(THEXP(NE).GE.THLIN) GO TO 90
  IE=IPOINT(SIGEXP(NE))
  IF(IE.LT.1.OR.IE.GT.60) GO TO 80
  LINE(IE)=ICH3
  IF(IE.EQ.ITH) LINE(IE)=ICH4
80 NF=NE+1
GO TO 70
```

```
90  WRITE(KOUT,10020) TH,LINE
    TH=TH+DTH
    IF(TH.GT.THMAX) GO TO 110
100  CONTINUE
110  WRITE(KOUT,10010)
    WRITE(KOUT,10030) SIGMIN,SIGMAX
    RETURN
10000 FORMAT(1H0,I2,25H DECADE(S) BETWEEN MARKS,,30X,4H10** ,I2//
+      6H0THETA,3X,60A1)
10010 FORMAT(8X,62(1H.))
10020 FORMAT(1X,F5.1,2X,1H.,60A1,1H.)
10030 FORMAT(1H0,8X,E10.3,41X,E10.3)
    END
```

SUBROUTINE TFST

```
C
C   BERECHNUNG VON CH**2 FUER DIE PARTIALWELLENANALYSE
C   CHI**2 = T
C
C   DIMENSION S(13)
C   DIMENSION VON S IST LMAX+1
COMMON /ALPHA/ A(13,32),FCP(32),FACTOR,SM,SP,LMP1,DL,
+           NTX1,NTX2
COMMON /SEAR/ T,NEXP,TPAR(27),SIG(100),SIGEXP(32),THEXP(32),
+           DEXP(32),NMAX,NPAR1,NPAR2
C   DIMENSION VON A IST (LMAX+1)*NEXP
C   DIMENSION VON TPAR UND IPAR IST 2*LMAX+3
COMPLEX CX
COMPLEX S
COMPLEX A
COMPLEX CP
COMPLEX CM
COMPLEX FCP
EQUIVALENCE(S(1),TPAR(1))
T=0.0
100  DO 110 N=NTX1,NEXP
      CX=(0.0,0.0)
      DO 120 LP1=1,LMP1
        CX=CX+(S(LP1)-1.0)*A(LP1,N)
120  CONTINUE
      CX=CX*DL+FCP(N)
      X=CABS(CX)
      X=FACTOR*X*X
      SIG(N)=X
      X=(X-SIGEXP(N))/DEXP(N)
      T=T+X*X
110  CONTINUE
      RETURN
      END
```

SUBROUTINE SEARCH

DIREKTER N-PARAMETER SEARCH

DIE ZU SUCHENDEN PARAMETER SIND TPAR
ANZAHL IST NPAR, NCMAX UND TLAST BESTIMMEN DEN
RUECKSPRUNG INS HAUPTPROGRAMM
DELTA IST DIE ANFANGSSCHRITTWEITE
DMIN IST DIE FUER EINEN ABBRUCH NOTWENDIGE
SCHRITTWEITE
FP IST PARAMETER FUER EINEN GROSSEN SPRUNG (2.)
FD IST PARAMETER FUER SCHRITTWEITENVERKLEINERUNG (.1)

PROGRAMMIERT VON P. DUECK, ERLANGEN, JULI 1975
MODIFIZIERT FUER BEACHTUNG VON RANDBEDINGUNGEN
VON W. TREU, ERLANGEN, JULI 1978

```
DIMENSION BPAR(27)
COMMON /IO/ KINP,KOUT
COMMON /SEAR/ T,NEXP,TPAR(27),SIG(180),SIGEXP(32),THEXP(32),
+          DEXP(32),NCMAX,NPAR1,NPAR2
COMMON /BETA/ TLAST,FP,FD,DELTA(27),DMIN(27)
ID=1
CALL TEST
NC=1
10  DO 20 N=NPAR1,NPAR2
    BPAR(N)=TPAR(N)
20  CONTINUE
30  TMIN=T
    IF(TMIN.LT.TLAST) RETURN
40  IP=1
50  IE=0
    NC=NC+1
    IF(NC.GT.NCMAX) RETURN
    DO 80 N=NPAR1,NPAR2
        P=TPAR(N)
        D=DELTA(N)
        TPA F(N)=P+D
        IF(ICHECK(N).NE.0) GO TO 51
        CALL TEST
        IF(T.LT.TMIN) GO TO 70
51  TPAR(N)=P-D
        IF(ICHECK(N).NE.0) GO TO 52
        CALL TEST
        IF(T.LT.TMIN) GO TO 60
52  TPAR(N)=P
        GO TO 80
60  DELTA(N)=-D
70  IE=1
    TMIN=T
    IF(TMIN.LT.TLAST) RETURN
80  CONTINUE
    IF(IE.EQ.0) GO TO 100
    DO 90 N=NPAR1,NPAR2
        XB=BPAR(N)
        XT=TPAR(N)
        BPAR(N)=XT
```

```
      TPAR(N)=FP*XT-XB
      IF(ICHECK(N).NE.0) TPAR(N)=XT
90    CONTINUE
      CALL TEST
      IF(T.LT.TMIN) GO TO 30
      IP=0
      GO TO 50
100   IF(IP.EQ.1) GO TO 120
      DO 110 N=MPAR1,MPAR2
        TPAR(N)=BPAR(N)
110   CONTINUE
      GO TO 40
120   ID=0
      DO 130 N=MPAR1,MPAR2
        D=DELTA(N)
        IF(ABS(D).LT.DMIN(N)) GO TO 130
        ID=1
        DELTA(N)=FD*D
130   CONTINUE
      T=TMIN
      IF(ID.EQ.1) GO TO 10
      RETURN
      END
```

FUNCTION ICHECK(N)

C
C DIESE FUNKTION VERHINDERT, DASS DIE S-MATRIX
C ELEMENTE GROESSER ALS 1 WERDEN

COMMON /BETA/ TLAST,FP,FD,DELTA(27),DMIN(27)
COMMON /SEAR/ T,NEXP,TPAR(27),SIG(180),SIGEXP(32),THEXP(32),
DEXP(32)

+ ICHECK=0

IF(N/2*2.EQ.N) GO TO 20

N1=N

N2=N+1

10 SR=TPAR(N1)

SI=TPAR(N2)

IF(SR*SR+SI*SI.GT.1.0) ICHECK=1

RETURN

20 N1=N-1

N2=N

GO TO 10

END

Anhang D

Numerische Werte des Reaktionsquerschnitts

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_0 (Grad)	σ_R (mb)	$\Delta\sigma_R/\sigma_R = 15 \%$
3.985	53.8	-.0509E+01	
4.010	53.7	.5803E+02	
4.035	53.7	.2191E+03	
5.286	49.2	.2135E+02	
5.311	49.2	.1168E+02	
5.336	49.1	.1887E+03	
5.361	49.0	.2030E+03	
5.386	48.9	.3903E+02	
5.411	48.8	.3184E+02	
5.436	48.8	.5049E+02	
5.461	48.7	.1269E+03	
5.486	48.6	.1147E+03	
5.511	48.5	.1817E+03	
5.535	48.5	.1144E+03	
5.560	48.4	.1191E+03	
5.585	48.3	.1421E+03	
5.610	48.2	.1761E+03	
5.635	48.1	.1469E+03	
5.660	48.1	.1823E+03	
5.685	48.0	.1598E+03	
5.710	47.9	.1565E+03	
5.735	47.8	.1292E+03	
5.759	47.8	.9118E+02	
5.784	47.7	.1648E+03	
5.809	47.6	.2168E+03	
5.834	47.5	.1967E+03	
5.859	47.5	.1872E+03	
5.884	47.4	.1587E+03	
5.909	47.3	.1862E+03	
5.933	47.3	.1957E+03	
5.958	47.2	.1690E+03	
5.983	47.1	.1687E+03	
6.008	47.0	.2184E+03	
6.033	47.0	.2430E+03	
6.058	46.9	.2363E+03	
6.083	46.8	.2266E+03	
6.107	46.8	.2044E+03	
6.132	46.7	.1696E+03	
6.157	46.6	.2214E+03	
6.182	46.5	.2407E+03	
6.207	46.5	.2060E+03	
6.232	46.4	.2297E+03	
6.257	46.3	.2440E+03	
6.282	46.3	.1995E+03	
6.307	46.2	.2457E+03	
6.332	46.1	.2988E+03	
6.357	46.0	.1879E+03	
6.382	46.0	.3272E+03	
6.406	45.9	.3475E+03	
6.431	45.8	.3316E+03	
6.456	45.8	.3281E+03	
6.481	45.7	.3156E+03	
6.506	45.6	.3709E+03	

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_o (Grad)	σ_R (mb)
6.531	45.6	.3714E+03
6.556	45.5	.3592E+03
6.581	45.4	.3436E+03
6.606	45.4	.3337E+03
6.631	45.3	.3465E+03
6.655	45.2	.3717E+03
6.680	45.2	.3889E+03
6.705	45.1	.3915E+03
6.730	45.0	.3566E+03
6.755	45.0	.3060E+03
6.780	44.9	.3410E+03
6.805	44.8	.3579E+03
6.830	44.8	.3512E+03
6.855	44.7	.3805E+03
6.879	44.6	.3836E+03
6.904	44.6	.3902E+03
6.929	44.5	.3641E+03
6.954	44.4	.3814E+03
6.979	44.4	.3690E+03
7.004	44.3	.3823E+03
7.029	44.3	.3889E+03
7.054	44.2	.4335E+03
7.079	44.1	.4612E+03
7.104	44.1	.4413E+03
7.128	44.0	.4401E+03
7.153	43.9	.4546E+03
7.178	43.9	.4644E+03
7.203	43.8	.4467E+03
7.228	43.8	.4935E+03
7.253	43.7	.4850E+03
7.278	43.6	.4805E+03
7.303	43.6	.4890E+03
7.328	43.5	.4978E+03
7.353	43.4	.5186E+03
7.378	43.4	.5227E+03
7.403	43.3	.5029E+03
7.427	43.3	.5081E+03
7.452	43.2	.5344E+03
7.477	43.1	.5431E+03
7.501	43.0	.4700E+03
7.526	43.0	.3952E+03
7.551	43.0	.4370E+03
7.576	43.0	.4261E+03
7.601	43.0	.4369E+03
7.626	43.0	.4331E+03
7.651	43.0	.4986E+03
7.676	43.0	.4835E+03
7.701	43.0	.4875E+03
7.726	42.9	.5471E+03
7.751	42.9	.5825E+03
7.776	42.8	.5941E+03
7.801	42.7	.5947E+03
7.826	42.7	.6207E+03
7.851	42.6	.6778E+03

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_o (Grad)	σ_R (mb)
7.714	42.6	.7282E+03
7.739	42.5	.7584E+03
7.764	42.5	.6980E+03
7.789	42.4	.6932E+03
7.813	42.3	.7109E+03
7.838	42.3	.7119E+03
7.863	42.2	.7035E+03
7.888	42.2	.6781E+03
7.913	42.1	.6715E+03
7.938	42.0	.6291E+03
7.963	42.0	.6160E+03
7.988	41.9	.6165E+03
8.012	41.9	.6203E+03
8.037	41.8	.6085E+03
8.062	41.8	.6417E+03
8.087	41.7	.6641E+03
8.112	41.6	.7101E+03
8.137	41.6	.7271E+03
8.162	41.5	.7315E+03
8.187	41.5	.7542E+03
8.211	41.4	.7629E+03
8.236	41.4	.7963E+03
8.261	41.3	.7890E+03
8.286	41.3	.7831E+03
8.311	41.2	.7715E+03
8.336	41.1	.7971E+03
8.361	41.1	.7848E+03
8.385	41.0	.7875E+03
8.410	41.0	.8173E+03
8.435	40.9	.8329E+03
8.460	40.9	.8585E+03
8.485	40.8	.8853E+03
8.510	40.8	.8767E+03
8.535	40.7	.8747E+03
8.559	40.7	.8778E+03
8.584	40.6	.8849E+03
8.609	40.5	.9071E+03
8.634	40.5	.8970E+03
8.659	40.4	.9035E+03
8.684	40.4	.9072E+03
8.709	40.3	.8976E+03
8.734	40.3	.9041E+03
8.758	40.2	.9160E+03
8.783	40.2	.9148E+03
8.808	40.1	.9463E+03
8.833	40.1	.9494E+03
8.833	40.1	.9730E+03
8.858	40.0	.1008E+04
8.908	39.9	.1002E+04

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_o (Grad)	σ_R (mb)
8.933	39.9	.9943E+03
8.958	39.8	.1016E+04
8.982	39.8	.9978E+03
9.007	39.7	.1008E+04
9.032	39.7	.1018E+04
9.057	39.6	.1032E+04
9.082	39.6	.1015E+04
9.107	39.5	.9951E+03
9.132	39.5	.9717E+03
9.132	39.5	.9723E+03
9.156	39.4	.9649E+03
9.181	39.4	.9365E+03
9.206	39.3	.9214E+03
9.231	39.3	.9205E+03
9.256	39.2	.9422E+03
9.281	39.1	.9498E+03
9.306	39.1	.9470E+03
9.330	39.0	.9553E+03
9.355	39.0	.9885E+03
9.380	39.0	.9549E+03
9.405	38.9	.9359E+03
9.430	38.9	.9350E+03
9.455	38.8	.9314E+03
9.480	38.8	.9485E+03
9.505	38.7	.9614E+03
9.530	38.7	.9684E+03
9.554	38.6	.9872E+03
9.579	38.6	.9903E+03
9.604	38.5	.1007E+04
9.564	38.6	.1066E+04
9.588	38.5	.1082E+04
9.613	38.5	.1097E+04
9.638	38.4	.1116E+04
9.663	38.4	.1115E+04
9.688	38.3	.1121E+04
9.713	38.3	.1095E+04
9.737	38.2	.1081E+04
9.762	38.2	.1107E+04
9.787	38.2	.1119E+04
9.812	38.1	.1146E+04
9.836	38.1	.1187E+04
9.861	38.0	.1202E+04
9.886	38.0	.1173E+04
9.911	37.9	.1138E+04
9.936	37.9	.1140E+04
9.961	37.8	.1137E+04
9.986	37.8	.1149E+04
10.010	37.7	.1153E+04
10.060	37.6	.1156E+04
10.035	37.7	.1170E+04
10.060	37.6	.1164E+04
10.085	37.6	.1148E+04

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_o (Grad)	σ_R (mb)
10.110	37.5	.1131E+04
10.135	37.5	.1128E+04
10.159	37.5	.1149E+04
10.184	37.4	.1174E+04
10.209	37.4	.1188E+04
10.234	37.3	.1204E+04
10.259	37.3	.1208E+04
10.284	37.2	.1195E+04
10.309	37.2	.1193E+04
10.334	37.1	.1172E+04
10.359	37.1	.1164E+04
10.383	37.0	.1156E+04
10.408	37.0	.1155E+04
10.433	36.9	.1158E+04
10.458	36.9	.1134E+04
10.483	36.9	.1128E+04
10.483	36.9	.1112E+04
10.508	36.8	.1123E+04
10.533	36.8	.1136E+04
10.558	36.7	.1138E+04
10.583	36.7	.9625E+03
10.607	36.6	.1129E+04
10.531	36.8	.1089E+04
10.556	36.7	.1099E+04
10.581	36.7	.1096E+04
10.605	36.6	.1104E+04
10.630	36.6	.1112E+04
10.655	36.6	.1157E+04
10.680	36.5	.1146E+04
10.705	36.5	.1124E+04
10.730	36.4	.1097E+04
10.755	36.4	.1099E+04
10.780	36.3	.1121E+04
10.805	36.3	.1134E+04
10.830	36.2	.1139E+04
10.855	36.2	.1128E+04
10.880	36.2	.1126E+04
10.904	36.1	.1144E+04
10.929	36.1	.1159E+04
10.954	36.0	.1143E+04
10.979	36.0	.1143E+04
11.004	35.9	.1123E+04
11.029	35.9	.1105E+04
11.054	35.9	.1113E+04
11.079	35.8	.1097E+04
11.104	35.8	.1090E+04
11.129	35.7	.1035E+04
11.154	35.7	.9997E+03
11.179	35.6	.9824E+03
11.204	35.6	.9512E+03
11.229	35.6	.9921E+03
11.254	35.5	.9992E+03

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_0 (Grad)	σ_R (mb)
11.279	35.5	.1018E+04
11.304	35.4	.1032E+04
11.328	35.4	.1040E+04
11.353	35.4	.1057E+04
11.378	35.3	.1070E+04
11.403	35.3	.1069E+04
11.428	35.2	.1049E+04
11.453	35.2	.1030E+04
11.478	35.1	.1004E+04
11.503	35.1	.9746E+03
11.528	35.1	.9883E+03
11.553	35.0	.9963E+03
11.578	35.0	.1024E+04
11.603	34.9	.1044E+04
11.628	34.9	.1054E+04
11.627	34.9	.1064E+04
11.677	34.8	.1062E+04
11.727	34.7	.1021E+04
11.777	34.7	.1012E+04
11.827	34.6	.1010E+04
11.877	34.5	.1024E+04
11.927	34.4	.1025E+04
11.977	34.3	.1037E+04
12.027	34.3	.1075E+04
12.077	34.2	.1112E+04
12.127	34.1	.1127E+04
12.176	34.0	.1146E+04
12.226	33.9	.1127E+04
12.276	33.9	.1139E+04
12.326	33.8	.1117E+04
12.376	33.7	.1068E+04
12.426	33.6	.1083E+04
12.476	33.6	.1082E+04
12.526	33.5	.1089E+04
12.576	33.4	.1084E+04
12.626	33.3	.1079E+04
12.676	33.3	.1066E+04
12.726	33.2	.1068E+04
12.734	33.2	.1064E+04
12.783	33.1	.1057E+04
12.833	33.0	.1051E+04
12.883	33.0	.1055E+04
12.933	32.9	.1087E+04
12.983	32.8	.1102E+04
13.032	32.7	.1089E+04
13.082	32.7	.1073E+04
12.932	32.9	.1093E+04
12.982	32.8	.1089E+04
13.032	32.7	.1085E+04
13.081	32.7	.1082E+04
13.131	32.6	.1065E+04
13.181	32.5	.1060E+04

$E_{c.m.}$ (MeV)	θ_o (Grad)	σ_R (mb)
13.231	32.4	.1042E+04
13.261	32.4	.1024E+04
13.331	32.3	.1059E+04
13.380	32.2	.1080E+04
13.430	32.2	.1062E+04
13.480	32.1	.1039E+04
13.530	32.0	.1038E+04
13.580	32.0	.1050E+04
13.629	31.9	.1064E+04
13.679	31.8	.1065E+04
13.729	31.7	.1081E+04
13.779	31.7	.1091E+04
13.829	31.6	.1087E+04
13.878	31.5	.1076E+04
13.903	31.5	.1067E+04
13.928	31.5	.1062E+04
13.978	31.4	.1034E+04
14.028	31.3	.9854E+03
14.078	31.3	.9891E+03
14.128	31.2	.9992E+03
14.178	31.1	.9983E+03
14.228	31.1	.9815E+03
14.278	31.0	.9142E+03
14.327	30.9	.9074E+03

LITERATUR

- 1) Milton Abramowitz und Irene A. Stegun, Hg.
Handbook of Mathematical Functions
New York, 1968
- 2) E. Almqvist, D.A. Bromley, J.A. Kuehner und
B. Whalen
Spins and Partial Widths of Quasimolecular Reso-
nances in $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Interactions
Phys. Rev. 130, 1140-1152, (1963)
- 3) E. Almqvist, J.A. Kuehner, D. McPherson und
E.W. Vogt
Effects of Sample Size and Statistical Weights on
Fluctuations in the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C},\alpha)^{20}\text{Ne}$ Reactions
Phys. Rev. 136, 84-98, (1964)
- 4) D.A. Bromley, J.A. Kuehner und E. Almqvist
Elastic Scattering of Identical Spin-Zero Nuclei
Phys. Rev. 123, 878-893, (1961)
- 5) E.R. Cosman, T.M. Cormier, K. Van Bibber,
A. Sperduto und G. Young; J. Erskine und
L.R. Greenwood; Ole Hansen
Evidence for a $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Collective Band in ^{24}Mg
Phys. Rev. Letts. 35, 265-268, (1975)
- 6) T.M. Cormier; C.M. Jachcinski, G.M. Berkowitz,
P. Braun-Munzinger, P.M. Cormier, M. Gai und
J.W. Harris; J. Barrette und H.E. Wegner
Partial Widths of Molecular Resonances in the
System $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$
Phys. Rev. Letts. 40, 924-927, (1978)
- 7) E.R. Cosman, R. Ledoux und A.J. Lazzarini
 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Intermediate Structure Correlated among
Elastic and Reaction Channels
wird veröffentlicht
- 8) Charles A. Davis, Madison Wisconsin
Private Mitteilung an H. Voit
- 9) G. Delic
Optical Model Parameter Searches for $^{16}\text{O} + ^{11}\text{B}$
Elastic Scattering
Phys. Letts. 49B, 412-414, (1974)

- 10) P. Dück
Programm NORM
Erlangen, 1977 (unveröffentlicht)
- 11) P. Dück
Elastische Streuung $^{11}\text{B}(^{12}\text{C}, ^{12}\text{C})^{11}\text{B}$ und elastischer
Transfer $^{11}\text{B}(^{12}\text{C}, ^{11}\text{B})^{12}\text{C}$ bei Tandemenergien
Diplomarbeit, Erlangen 1975
- 12) H. Emling, R. Nowotny, D. Pelte und G. Schrieden
Elastic and Inelastic Scattering of ^{12}C by ^{12}C in
the Energy Range between 10 and 37.6 MeV
Nucl. Phys. A211, 600-616, (1973)
- 13) K.A. Erb, R.R. Betts, D.L. Hanson, M.W. Sachs,
R.L. White, P.P. Tung und D.A. Bromley
New Resonances in the Low-Energy $^{12}\text{C}-^{12}\text{C}$ Spectrum
Phys. Rev. Letts. 37, 670-673, (1976)
- 14) W. Galster, W. Treu, P. Dück, H. Fröhlich und
H. Voit
Spin Assignment for the Sub-Coulomb Resonances of
the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Reaction
Phys. Rev. C15, 950-953, (1977)
- 15) W. Galster, W. Treu, P. Dück und H. Fröhlich;
H. Voit
Spin Determination of the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Resonance at
 $E_{\text{c.m.}} = 6.25$ MeV
Phys. Letts. 67B, 262-264, (1977)
- 16) L.R. Greenwood, R.E. Segel, K. Ragunathan und
M.A. Lee; H.T. Fortune; J.R. Erskine
 $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, \alpha)^{20}\text{Ne}$ Excitation Functions and Angular
Distributions
Phys. Rev. C12, 156-178, (1975)
- 17) G. Heil
Bau eines 32-fach Routingsystems und elastische
und inelastische Deuteronenstreuung an ^{112}Cd und
 ^{116}Cd
Dissertation, Erlangen, 1977
- 18) J.T. Holdeman und R.M. Thaler
Remarks on Charged-Particle Scattering
Phys. Rev. B139, 1186-1192, (1965)
- 19) J.T. Holdeman und R.M. Thaler
Optical Theorem as Applied to Charged-Particle
Scattering to Yield Total Reaction Cross Sections
from Elastic Scattering Data
Phys. Rev. Letts. 14, 81-82, (1965)

- 20) Robert Hooke und T.A. Jeeves
A Direct Search Solution of Numerical and
Statistical Problems
J. Assoc. Comp. Mach. 8, 212-218, (1961)
- 21) D.R. James, N.R. Fletcher
Excitation Functions and Legendre Analysis for
the $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^8\text{Be})^{16}\text{O}$ Reaction
Phys. Rev. C17, 2248-2252, (1978)
- 22) K.-U. Kettner, H. Lorenz-Wirzba und C. Rolfs;
H. Winkler
Study of the Fusion Reaction $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ below the
Coulomb Barrier
Phys. Rev. Letts. 38, 337-340, (1977)
- 23) S.K. Korotky, K.A. Erb, S.J. Willet und
D.A. Bromley
 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Coulomb Barrier Resonances: Direct
Determination of Resonance Parameters from Elastic
Scattering Measurements
Phys. Rev. C20, 1014-1020, (1979)
- 24) S.K. Korotky, K.A. Erb, S.J. Willet, M.M. Hindi
und D.A. Bromley
Spins and Carbon Widths for Structure in $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$
Using Elastic Scattering Angular Distributions
Proceedings of the international conference on
nuclear structure, Tokyo, Japan, 1977
- 25) D.H. Kovar, D.F. Geesaman, T.H. Brais, Y. Eisen,
W. Henning, T.R. Ophel, M. Paul, K.E. Rehm,
S.J. Sanders, P. Sperr, J.P. Schiffer, S.L. Tabor,
S. Vigdor und B. Zeidman; F.W. Prosser Jr.
Systematics of Carbon- and Oxygen-Induced Fusion
on Nuclei with $12 \leq A \leq 19$
Phys. Rev. C20, 1305-1331, (1979)
- 26) L.D. Landau, E.M. Lifschitz
Lehrbuch der Theoretischen Physik, Bd. III
Berlin, 1974
- 27) A.J. Lazzarini, E.R. Cosman, A. Sperduto,
S.G. Steadman, W. Thoms und G.R. Young
Population of Resonant $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ States via the
Reaction $^{12}\text{C}(^{16}\text{O}, \alpha)^{24}\text{Mg}$
Phys. Rev. Letts. 40, 1426-1428, (1978)
- 28) A.H. Lumpkin, L.H. Harwood, J.D. Fox und
K.W. Kemper
Enhancement in the p and d Exit Channels of
 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$: $E_{\text{c.m.}} = 14.3$ and 25.2 MeV
Phys. Rev. C19, 785-789, (1979)

- 29) Michael G. Mazarakis und William E. Stephens
Experimental Measurements of the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$
Reactions at Low Energies
Phys. Rev. C7, 1280-1287, (1973)
- 30) Michel A. Melkanoff, Tatsuuro Sawada und
Jacques Raynal
Nuclear Optical Model Calculations
Methods in Computational Physics 6, New York 1966
- 31) Albert Messiah
Quantenmechanik Bd. 1 und 2
Berlin, 1979
- 32) Georges J. Michaud und Erich W. Vogt
Phenomenological Analysis of the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$
Reaction
Phys. Rev. C5, 350-368, (1972)
- 33) M.N. Namboodiri, E.T. Chulick und J.B. Natowitz
The Fusion of ^{12}C with ^{12}C at Projectile Energies
from 45 to 197 MeV
Nucl. Phys. A236, 491-499, (1976)
- 34) L.C. Northcliffe und R.F. Shilling
Range and Stopping Power Tables of Heavy Ions
Nucl. Data Tables A7, 233-476, (1970)
- 35) W. von Oertzen
On the Interaction Induced by the Exchange of
Nucleons between Identical Nuclear Cores
Nucl. Phys. A148, 529-547, (1970)
- 36) H. Oeschler; H.L. Harney; D.L. Hills; K.S. Kim
On the Determination of the Reaction Cross Section
from Elastic Scattering
Nucl. Phys. A325, 463-480, (1979)
- 37) J.R. Patterson, H. Winkler und C.S. Zaidins
Experimental Investigation of the Stellar Nuclear
Reaction $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ at Low Energies
The Astrophysical Journal 157, 367-373, (1969)
- 38) W.L. Price
A Controlled Random Search Procedure for Global
Optimisation
The Computer Journal 20, 367-370, (1977)
- 39) W. Reilly, R. Wieland, A. Gobbi, M.W. Sachs,
J.V. Maher, D. Mingway, R.H. Siemssen und D.A. Bromley
Elastic Scattering in the $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ System
Proceedings of the international conference on
nuclear reactions induced by heavy ions
Heidelberg, 1979

- 40) Leonard I. Schiff
Quantum Mechanics
Tokyo, 1968
- 41) T. Schlurick
Ein Programmsystem für die Impulshöhenanalyse
Diplomarbeit, Erlangen, 1968
- 42) P. Sperr, T.H. Braid, Y. Eisen, D.G. Kovar,
F.W. Prosser Jr., J.P. Schiffer, S.L. Tabor und
S. Vigdor
Fusion Cross Sections of Light Heavy-Ion Systems:
Resonances and Shell Effects
Phys. Rev. Letts. 37, 321-323, (1976)
- 43) P. Sperr, S. Vigdor, Y. Eisen, W. Henning,
D.G. Kovar, T.R. Ophel und B. Zeidman
Oscillations in the Excitation Function for
Complete Fusion of $^{16}_0 + ^{12}_C$
Phys. Rev. Letts. 36, 405-408, (1976)
- 44) H. Spinka und H. Winkler
Experimental Determination of the Total Reaction
Cross Section of the Stellar Nuclear Reaction
 $^{16}_0 + ^{16}_0$
Nucl. Phys. A233, 456-494, (1974)
- 45) P. Urbainsky
Implementation und Einsatz eines Real-Time-
FORTRAN-Systems FORCAM zur Experimentsteuerung und
Datenaufnahme über CAMAC
Diplomarbeit, Erlangen, 1977
- 46) P. Urbainsky
Programm EDDA
Erlangen, 1979 (unveröffentlicht)
- 47) E.W. Vogt, D. McPherson, J. Kuehner und E. Almqvist
Average Cross Sections for the $^{12}_C(^{12}_C, \alpha)^{20}_Ne$
Reactions
Phys. Rev. 136, 99-111, (1964)
- 48) H. Voit; W. Galster, P. Dück, H. Fröhlich und W. Treu
Statistical Analysis of the Reaction $^{12}_C(^{12}_C, \alpha)^{20}_Ne$
in the Energy Range 7-15 MeV
wird veröffentlicht in Phys. Rev. C
- 49) H. Voit; W. Galster, W. Treu, H. Fröhlich und P. Dück
New Resonances in the $^{12}_C + ^{12}_C$ Reaction
Phys. Letts. 67B, 399-401, (1977)
- 50) W. Treu
Programme MANI, HOLD, PART, AVER, RESO, HAUS
Erlangen 1977-1980 (unveröffentlicht)

- 51) W. Treu, H. Fröhlich, W. Galster, P. Dück und H. Voit
 $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ Resonances between $E_{\text{cm}} = 11$ and 15 MeV
 Phys. Rev. C18, 2148-2151, (1978)

- 52) R. Wada, J. Schimizu und K. Takimoto
 Sub-Coulomb Resonances through the Reaction
 $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^8\text{Be}$
 Kyoto University Internal Report, Kyoto 1977
 (unveröffentlicht)

- 53) R. Wada, J. Schimizu und K. Takimoto
 Sub-Coulomb Resonances in the $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ System
 through the Reaction $^{12}\text{C}(^{12}\text{C}, ^{16}\text{O})^8\text{Be}$
 Phys. Rev. Letts. 38, 1341-1344, (1977)

- 54) R. Wada, J. Schimizu, E. Takada, M. Fukuda und
 K. Takimoto
 Resonance Analysis for the $^{12}\text{C} - ^{12}\text{C}$ System near
 above the Coulomb Barrier
 Proceedings of the international conference on
 nuclear structure, Tokyo, Japan, 1977

- 55) H. Wojciechowski, D.E. Gustafson, L.R. Medsker
 und R.H. Davis
 Total Reaction Cross Sections from Heavy Ion
 Elastic Scattering
 Phys. Letts. 63B, 413-415, (1976)

- 56) H. Wojciechowski, L.R. Medsker und R.H. Davis
 Total Reaction Cross Section from the Difference
 of the Rutherford and Measured Cross Sections
 Phys. Rev. C16, 1767-1773, (1977)

- 57) J.F. Ziegler
 Helium Stopping Powers and Ranges in All Elemental
 Matter
 Bd. 4 in
 The Stopping Power and Ranges of Ions in Matter
 New York, 1977

Herrn Dr. H. Voit danke ich für die Überlassung und Betreuung dieser Arbeit. Sein persönlicher Einsatz bei der Durchführung des Experiments und seine rege Anteilnahme bei der Auswertung waren eine unschätzbare Hilfe.

Ohne die Kameradschaft und Mitarbeit der Herren Dipl. Phys. P. Dück, Dipl. Phys. H. Fröhlich und Dr. W. Galster von der Schwerionengruppe wäre das $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ - Experiment unmöglich gewesen. Herr Dück schuf insbesondere durch sein Auswerteprogramm NORM und sein Optisches-Modell-Programm HIOB die Grundlage für die Vielzählermessung. Herr Fröhlich ist für die Planung des Multidetektorarrays verantwortlich.

Herrn Dr. C. Schultheiß vom Physikalischen Institut Erlangen danke ich für die Anfertigung der Blenden mit Bohrungen kleiner als 1 mm; Herr Dr. K. Grabisch vom Hahn-Meitner-Institut Berlin überließ uns freundlicherweise die Kohlenstofftargets.

Herrn Dr. H. Hofmann vom Institut für Theoretische Physik Erlangen danke ich für eine klärende Diskussion.

Für ihre Hilfsbereitschaft danke ich den Operateuren des Beschleunigers, den Angestellten der Werkstätten und Frau H. Löhner.

Lebenslauf

Ich wurde am 24. März 1949 in Nürnberg geboren. Meine Eltern sind Dr. Martin Treu und seine Ehefrau Dorothea, geb. Rose. Die Reifeprüfung legte ich im Juli 1968 am Willstättergymnasium in Nürnberg ab. Nach dem Wehrdienst von 18 Monaten begann ich im Sommersemester 1970 das Studium der Physik an der Universität Erlangen-Nürnberg. Im Juli 1972 legte ich die Vordiplomprüfung ab. Meine Diplomarbeit fertigte ich bei Dr. H. Voit am Tandemlabor Erlangen an. Seit dieser Zeit bin ich, abgesehen von einem 7-monatigen Aufenthalt am Cyclotron Institute der Texas A+M University, als Wissenschaftlicher Angestellter bei Dr. H. Voit beschäftigt.

Erlangen, im März 1980

Copy-Center 2000

852 ERLANGEN · Obere Karlstr. 30
Tel. 09131-26197